

WELMEC Настанова 8.10

**Директива про засоби
вимірювальної техніки
(2014/32/EU)**

**Настанова щодо планів
вибіркового контролю для
статистичної перевірки
відповідно до Модулів F та F1
Версія 2024**

Для інформації:

Ця настанова доступна Робочій групі із засобів вимірювальної техніки
(група експертів Європейської комісії E01349) щодо розгляду для
подальшого використання на веб-сайті Eurora.



WELMEC e.V. є співпрацею між органами із законодавчої метрології держав-членів Європейського Союзу та ЄАВТ. Цей документ є одним із ряду Настанов, опублікованих WELMEC e.V., для надання керівних вказівок виготовлювачам засобів вимірювальної техніки та нотифікованим органам, відповідальним за оцінку відповідності своєї продукції. Настанови носять суто консультативний характер та самі по собі не накладають жодних обмежень або додаткових технічних вимог, окрім тих, що містяться у відповідних Директивах ЄС. Альтернативні підходи можуть бути прийнятними, але керівні вказівки, надані у цьому документі, представляють виражену точку зору WELMEC e.V. щодо найкращих практик, яких слід дотримуватись.

Опубліковано:
Секретаріат WELMEC

E-mail: secretary@welmec.org
Website: www.welmec.org

1. Загальні положення

Кілька модулів оцінки відповідності, перелічених у Додатку II Директиви про засоби вимірювальної техніки 2014/32/ЄС (MID), дозволяють статистичну перевірку відповідності, неявно (модулі A, C, D, D1, E, E1, H і H1), або явно (модулі A2, C2, F і F1). Усі ці модулі, окрім F та F1, залишають вибір статистичних методів виключно виготовлювачу або нотифікованому органу, який може знайти відповідні плани відбору зразків, наприклад, у міжнародних стандартах, таких як серія ISO 2859 «Процедури відбору зразків для перевірки за атрибутами» [1] або 3951 «Процедури відбору проб для перевірки за змінними» [2]. Модулі F і F1, однак, визначають під номерами 5.3 і 6.4, відповідно, наступні вимоги до статистичних випробувань:

Статистичний контроль базуватиметься на атрибутах. Система вибірки повинна забезпечувати:

- (a) рівень якості, що відповідає ймовірності прийняття 95 %, з невідповідністю менше 1 %;*
- (b) гранична якість, що відповідає ймовірності прийняття 5 %, з невідповідністю менше 7 %.*

Наразі WELMEC не відомо про стандарти, що містять плани вибірки, адаптовані до цієї комбінації вимог. Крім того, формулювання двох умов (a) і (b) має бути інтерпретовано та викладено в точних математичних термінах, перш ніж можна буде вирішити, чи прийнятні існуючі плани вибірки, або перед тим, як можна буде розрахувати нові плани.

Ця Настанова призначена для підтримки нотифікованих органів, які бажають оцінити існуючі або розробити нові плани відбору зразків для оцінки статистичної відповідності в модулях F і F1; ця переглянута версія враховує останні дослідження [3], [4]. Загалом Настанова дотримується позначень і визначень ISO 3534 «Статистика – Словник і символи» [5], [6]. Розділ 2 нагадує про основні принципи та визначення статистично прийнятної вибірки для перевірки за атрибутами, відповідно до контексту модулів F і F1 MID. Розділи 3 і 4 пояснюють наведені вище умови MID і описують загальний метод оцінки існуючих або розрахунку нових планів вибірки, прийнятних для модулів F і F1. Розділи 5 і 6 пояснюють, як створити оптимальні плани одноразової вибірки, і надають приклад спрощеної схеми.

2. Приймальний відбір для контролю за атрибутами – основні принципи, терміни та визначення

2.1 Основні принципи приймального відбору та плани відбору зразків

- У модулях F і F1 перевірки та випробування для підтвердження відповідності засобів вимірювальної техніки [...] повинні проводитися, **за вибором виготовлювача**, або шляхом перевірки та випробування кожного ЗВТ, або шляхом перевірки та випробувань засобів вимірювальної техніки на статистичній основі (див. посилання [7]).

2. Для статистичної перевірки відповідності виготовлювач повинен вжити всіх необхідних заходів для того, щоб виробничий процес забезпечував однорідність кожної виробленої партії, і повинен представити свої засоби вимірювальної техніки для перевірки у формі **однорідних партій**. [7]
3. Кожна представлена партія становить **сукупність** відомих (тобто сукупність об'єктів, що розглядаються),
кінцевий розмір: $N \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$.
4. Кожен об'єкт або одиниця (тобто засіб вимірювальної техніки) партії, якщо її досліджено та випробувано, буде визнано відповідною або невідповідною застосовним вимогам MID. Властивість «відповідність/невідповідність» є основним **атрибутом** в основі статистичного контролю; еквівалентні позначення включають «1/0», «пройшов/не пройшов», «вірно/хибно».

Примітка. Цей основний, кінцевий атрибут, як правило, охоплює відповідність декільком окремим вимогам, деякі з яких можуть бути якісними (наприклад, наявність маркування та написів), тоді як інші можуть бути кількісними (наприклад, відповідність максимально допустимим похибкам). Для кожної перевіреної одиниці всі ці індивідуальні атрибути об'єднуються за допомогою логічної (булевої) операції AND у кінцевий атрибут; іншими словами, тільки якщо засіб вимірювальної техніки відповідає всім застосовним вимогам, він вважається таким, що відповідає в цілому.

5. Кількість M невідповідних одиниць, $0 \leq M \leq N$, визначає **рівень якості** $p = M/N$ (частка невідповідних одиниць) даної партії, що називається «невідповідністю» MID. Можливі значення рівня якості $p = M/N$: $0 = 0/N$, $1/N$, $2/N$, ..., $N/N = 1$. Найкраща можлива якість відповідає $M = 0$ невідповідних одиниць, або $p = 0$. Найгірший можливий рівень якості досягається, якщо всі $M = N$ одиниці є невідповідними, або $p = 1$.

Примітка: До перевірки кількість M невідповідних одиниць у партії, що розглядається, і, відповідно, рівень її якості p невідомі.

6. Перевіривши всі N одиниць партії (**100% перевірка**), можна з упевненістю визначити кількість M невідповідних одиниць і рівень якості $p = M/N$. Однак 100% перевірка часто не є практичною та економічною, а іноді й неможливою, наприклад, коли випробування є руйнівним.
7. Метою статистичної вибірки є отримання необхідної кількості інформації з підмножини n одиниць ($0 < n \leq N$), взятих із партії, **вибірки**. У модулях MID F і F1 вибірку **відбирають випадковим чином** із партії, що розглядається. Нехай k позначає кількість невідповідних одиниць, знайдених у вибірці, $0 \leq k \leq \min(M, n)$. Співвідношення k/n , знайдене за вибіркою, є **оцінкою** для невідомого рівня якості $p = M/N$ всієї партії.
8. **Приймальний відбір** визначається як процес формування вибірки, після якого приймаються рішення прийняти чи не прийняти партію на основі результатів, отриманих на вибірці (див. 1.3.17 у [6]). Якщо заздалегідь фіксувати **правило прийняття** партії, коли кількість невідповідних одиниць у вибірці становить $k \leq c$, і відхиляти партію, коли $k > c$, тоді пара (n, c) із цим правилом прийняття рішення визначає **одновибірковий план**. Число c (з $0 \leq c \leq n$) є **числом прийняття**, число $d = c + 1$ є **числом відхилення**.

9. **Плани подвійного відбору** та, загалом, **плани багаторазового відбору** об'єднують кілька зразків, які послідовно відбираються з однієї партії, із номерами прийняття та відхилення (зі значеннями, більшими за $c + 1$) на кожному етапі; із багатоіндексним записом:

$$(n, c, d) = ((n_1, n_2, \dots, n_f), (c_1, c_2, \dots, c_f), (d_1, d_2, \dots, d_f)) \quad (1)$$

- можуть застосовуватись. На останньому етапі f число відхилення становить $d_f = c_f + 1$, щоб прийняти однозначне рішення приймати чи не приймати партію. На попередніх етапах $1 \leq j \leq f - 1$ партія приймається негайно, якщо загальна кількість невідповідних одиниць $k \leq c_j$, партія негайно відхиляється, якщо $k \geq d_j$, і в проміжному випадку $c_j < k < d_j$ (з $d_j > c_j + 1$) переходимо до наступного етапу шляхом формування та випробування необхідної кількості додаткових елементів до прийняття остаточного рішення.
10. Статистична вибірка може стати особливо вигідною для великих партій ($N \gg 1$), коли потрібно перевірити лише значно меншу вибірку ($n \ll N$). Недоліком є те, що обмежені дані вибірки дозволяють лише оцінити справжній рівень якості партії, при цьому певність значно зменшується, як тільки $n < N$. Таким чином, рішення щодо відповідності для всієї партії, засновані на статистичній вибірці, можуть бути лише ймовірнісними за своєю природою та супроводжуватися **співвідношеннями помилок** або **ризиками**, які слід кількісно оцінити заздалегідь.

2.2 Ризики приймального відбору, ймовірність прийняття, робочі характеристики

11. Плани приймального відбору часто оцінюються за (або близько до) двох заздалегідь визначених рівнів якості:
- **Гранична якість (LQ)**: недостатній рівень якості для споживача з низькою ймовірністю прийняття під час перевірки вибірки, що є неприйнятним для виготовлювача (після 4.6.13 у [6])
 - **Прийнятна межа якості (AQL)**: достатній рівень якості для споживача з високою ймовірністю прийнятності під час перевірки вибірки, прийнятною для виробника (після 4.6.15 у [6])
12. Ймовірність прийняття партії з рівнем якості LQ, тобто ризик того, що перевірка вибірки прийме неправильне рішення прийняти партію з недостатньою якістю, є **ризиком споживача**. І навпаки, ймовірність помилково відхилити партію достатньої якості з AQL є **ризиком виготовлювача**. (після 4.6.2 і 4.6.4. в [6])
13. $P_{ac} = P_{ac}(p; N, n, c, d)$ позначає **ймовірність прийняття** даної партії з розміром N та рівнем якості p згідно з планом вибірки (n, c, d) . **Імовірність відхилення** (тобто неприйняття) дорівнює $1 - P_{ac}$.
14. Ймовірність прийняття одновибіркового плану розміром n з числом прийняття c (і числом відхилення $d = c + 1$) визначається **кумулятивною функцією розподілу**

$$P_{ac}(c; n, p, N) = \sum_{k=0}^c P(k; n, p, N) = P(0; n, p, N) + P(1; n, p, N) + \dots + P(c; n, p, N) \quad (2)$$

функції маси ймовірності $P(k; n, p, N)$, тобто ймовірність знайти k невідповідних одиниць у вибірці розміру n , взятої з партії розміру N з рівнем якості p .

Примітка. Ця настанова дотримується частотного тлумачення ймовірності. Альтернативою може бути Байєсівська (ступінь довіри) інтерпретація [8].

15. Якщо кожна одиниця вибірки має однакову ймовірність p бути невідповідною (наприклад, взята з безперервного процесу з рівнем якості $p \in [0, 1]$), то кількість k невідповідних одиниць, знайдених у вибірці розміру n є **випадковою змінною**, $0 \leq k \leq n$, з **біноміальним розподілом**:

$$P(k; n, p) = \binom{n}{k} (p^k (1 - p)^{n-k}). \quad (3)$$

Тут $\binom{n}{k} = n! / (k! (n - k!))$ — біноміальний коефіцієнт, тобто кількість комбінацій або різних варіантів k елементів серед n елементів. Як **функція маси ймовірності** $P(k; n, p)$ нормалізовано до одиниці:

$$\sum_{k=0}^n P(k; n, p) = P(0; n, p) + P(1; n, p) + \dots + P(n; n, p) = 1. \quad (4)$$

16. Ймовірність прийняття, зображена як функція (невідомого) рівня якості p , відома як **робоча характеристика (ОС)** і дозволяє візуалізувати виконання плану відбору.

Примітка. Для партій кінцевого розміру з дискретними рівнями якості $p = M/N$ робоча характеристика також є набором дискретних точок. Лише для дуже великих партій ($N \rightarrow \infty$) або серії партій, вироблених у безперервному процесі, ймовірність прийняття може бути суттєво оцінена за будь-якого значення p , а робоча характеристика стає безперервною кривою.

17. Якщо робоча характеристика є безперервною кривою, можна ідентифікувати **якість ризику споживача** як рівень якості, що відповідає даному ризику споживача, а також **якість ризику виготовлювача** як рівень якості, який відповідає даному ризику виготовлювача.
18. На рисунку 1 показано, як приклад, робочу характеристику (блакитна крива) одновибіркового плану ($n = 109$, $c = 3$) для дуже великого розміру партії ($N = \infty$) із застосовним біноміальним розподілом (3). Ризик виготовлювача α при обраному AQL (на осі x) можна прочитати з осі y як $1 - \text{ОС}$, де ОС є значенням робочої характеристики. Ризик споживача β при обраному LQ (на осі x) можна прочитати з осі y як значення робочої характеристики. Цей план вибірки містить ризик виготовлювача $\alpha \approx 2,4\%$ при AQL 1% і ризик споживача $\beta \approx 4,8\%$ при LQ 7% , як зазначено на графіку. На такій безперервній кривій також можна знайти якість ризику, що відповідає даному ризику або ймовірності прийняття. Наприклад, ризик виготовлювача рівно 10% досягається за якості ризику виготовлювача приблизно $1,6\%$ (позначено трикутником угорі на графіку), а ризик споживача рівно 10% досягається при якості ризику споживача приблизно 6% (позначено трикутником вниз).

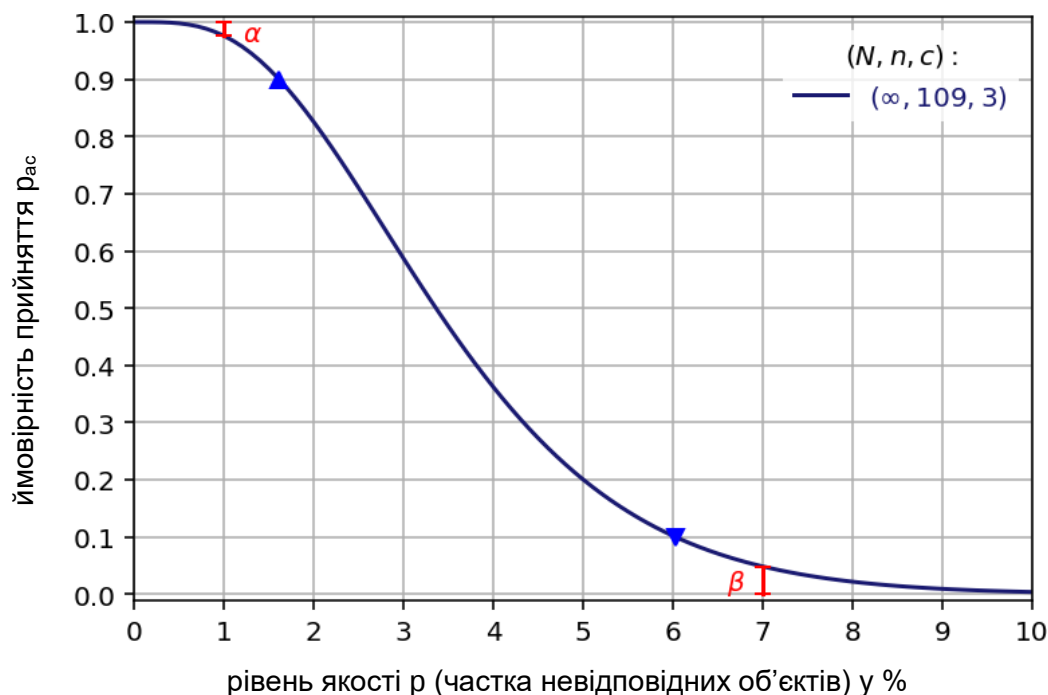


Рисунок 1: Робоча характеристика (блакитна крива) одновибіркового плану ($n = 109$, $c = 3$), розрахована за допомогою кумулятивної функції розподілу (2) біноміального розподілу (3), застосовна для дуже великих розмірів партії та довільних рівнів якості $p \in [0, 1]$. $\alpha \approx 2,4\%$ (червона смуга) вказує на ризик виготовлювача при AQL 1 %; $\beta \approx 4,8\%$ (червона смуга) вказує на ризик споживача при LQ 7 %. Трикутник угорі позначає якість ризику виготовлювача на рівні $p \approx 1,6\%$, що відповідає даному ризику виготовлювача рівно 10 %, а трикутник вниз позначає якість ризику споживача на рівні $p \approx 6\%$, що відповідає даному ризику споживача рівно 10 %.

3. Плани приймального відбору, прийнятні для модулів MID F і F1

19. З точки зору загальних визначень 11 і 12 вище, умови MID (a) і (b) вірогідно вимагають AQL краще (тобто менше), ніж $p_a = 1\%$, і LQ краще (тобто менше), ніж $p_b = 7\%$, з ризиком споживача (не більше) $P_b = 5\%$ і ризиком виготовлювача (не більше) $1 - P_a = 1 - 95\% = 5\%$.
20. Оскільки можливі рівні якості партій кінцевого розміру, які розглядаються в модулях F і F1, є дискретними, відповідні ймовірності прийняття є дискретними. Таким чином, робоча характеристика даного плану вибірки також є набором дискретних точок, і, як правило, немає значення $p = M/N$, що «відповідає» визначеним ймовірностям прийняття $P_a = 95\%$ і $P_b = 5\%$ за MID. Таким чином, формулювання умов MID (a) і (b) є неоднозначним; їх потрібно інтерпретувати та викладати в більш точних математичних термінах.
21. Процедура приймального відбору повинна відповідати законним інтересам як виготовлювачів, так і споживачів. Раціонально, щоб умови MID (a) і (b) забезпечували прийняття партій високої якості та відхилення партій низької якості з високою ймовірністю. Рівнозначно, як ризик виготовлювача, так і ризик споживача має бути обмежений зверху. Крім того, приймальний відбір MID повинен узгоджуватися з надійною статистичною структурою перевірки гіпотези.

Враховуючи це обґрунтування, умови MID можна викласти більш точно так:

Статистичний контроль буде базуватися на атрибутах. Система відбору повинна забезпечувати:

*(a') ймовірність прийняття **щонайменше** 95 %, для рівнів якості 1 % невідповідності і менше;*

*(b') ймовірність прийняття **не більше** 5 %, для граничної якості 7 % невідповідності і більше.*

У математичному плані

$$(a') p \leq p_a = 1\% \Rightarrow P_{ac}(p) \geq P_a = 95\%;$$

$$(b') p \geq p_b = 7\% \Rightarrow P_{ac}(p) \leq P_b = 5\%. \quad (5)$$

Заштриховані сірим кольором області на малюнку 2 нижче показують регіони, де порушується будь-яка з цих умов; жоден прийнятний вибіркового плану не повинен мати точки ОС у цих регіонах.

22. Якщо розмір партії N не кратний 100, ні $p_a = 1\%$, ні $p_b = 7\%$ самі по собі не мають операційного значення. Дійсно, ці рівні якості p_a та p_b не можуть бути реалізовані в партії, оскільки $M_a = p_a N$ і $M_b = p_b N$ не є цілими числами. Нехай $M_a = [M_a]$ буде найближчим цілим числом невідповідних елементів нижче M_a , а $M_b = [M_b]$ найближчим цілим числом невідповідних елементів вище M_b . Тоді

$$p_a = \frac{M_a}{N} \text{ та } p_b = \frac{M_b}{N} \quad (6)$$

це експлуатаційно значущі рівні якості, які відіграють роль AQL та LQ, відповідно, для партії, що розглядається.

23. Для даного плану вибірки (n, c, d) **ризик виготовлювача** (ймовірність відхилення партії на AQL) становить

$$\alpha = 1 - P_{ac}(p_a; N, n, c, d). \quad (7)$$

Ризик споживача (ймовірність прийняття партії на LQ) становить

$$\beta = P_{ac}(p_b; N, n, c, d). \quad (8)$$

24. Для перевірки продукції партій у модулях F і F1 вибірка відбирається випадковим чином без заміни з партії розміру N , що містить $M = pN$ невідповідних елементів. Випадкова величина k невідповідних елементів у вибірці розміру n слідує **гіпергеометричному розподілу**:

$$P(k; n, p, N) = \frac{\binom{pN}{k} \binom{N-pN}{n-k}}{\binom{N}{n}} \quad (9)$$

У модулях F і F1 гіпергеометричний розподіл, як правило, буде відповідним, оскільки партії є кінцевими, а випробувані елементи не замінюються в партії перед подальшим

відбором. Числові значення функції маси ймовірності $P(k; n, p, N)$ можна легко обчислити за допомогою таких комп'ютерних програм, як MS Excel (HYPERGEOM.DIST), OpenOffice Calc (HYPGEOMDIST), наукового Python (scipy.stats.hypergeom) тощо.

Примітка. Для вибірок, які дуже малі порівняно з розміром партії, $n \ll N$, ймовірність взяття невідповідного елемента у вибірку залишається майже постійною, а гіпергеометричний розподіл добре апроксимується біноміальним розподілом (3).

25. Для одновибіркового плану розміром n з числом прийняття c ймовірність прийняття задана формулою (2), яка дорівнює кумулятивній функції розподілу гіпергеометричного розподілу, також легко доступній у стандартних комп'ютерних програмах.
26. Для плану подвійного відбору $(n, c, d) = ((n_1, n_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2))$, на першому етапі розмір вибірки n_1 складається та випробовується з числом негайного прийняття c_1 і числом негайного відхилення d_1 для кількості k_1 невідповідних одиниць у першій вибірці. Лише за виконання умови $c_1 < k_1 < d_1$ відбирають і перевіряють другу вибірку розміром n_2 з числом остаточного прийняття c_2 і числом остаточного відхилення $d_2 = c_2 + 1$. Ймовірність прийняття тоді надається

$$P_{ac}(c; n, d, p, N) = \sum_{k_1=0}^{c_1} P(k_1; n_1, p, N) + \sum_{k_1=c_1+1}^{d_1-1} P(k_1; n_1, p, N) \sum_{k_2=0}^{c_2} P(k_2; n_2, p_2, N_2) \quad (10)$$

де $N_2 = N - n_1$ — це розмір партії, що залишилася, яка все ще містить $M_2 = M - k_1$ невідповідних елементів, так що рівень її якості становить $p_2 = M_2/N_2$.

27. Враховуючи ймовірність прийняття P_{ac} як функцію рівня якості p , можна легко вирішити, чи є план вибірки прийнятним за умов MID (a') і (b'). Оскільки чітко визначена ймовірність прийняття є незростаючою функцією p ($p_1 < p_2 \Rightarrow P_{ac}(p_1) \geq P_{ac}(p_2)$), достатньо обчислити ризик виготовлювача та споживача, (7) і (8). Якщо обидва ризики

$$\alpha \leq 5\% \text{ та } \beta \leq 5\%, \quad (11)$$

тоді план прийнятний за умов MID (a') і (b').

28. На рисунку 2 показано, як приклад, робочу характеристику трьох допустимих планів відбору для трьох різних розмірів партії $N = 128, 512, 2048$.

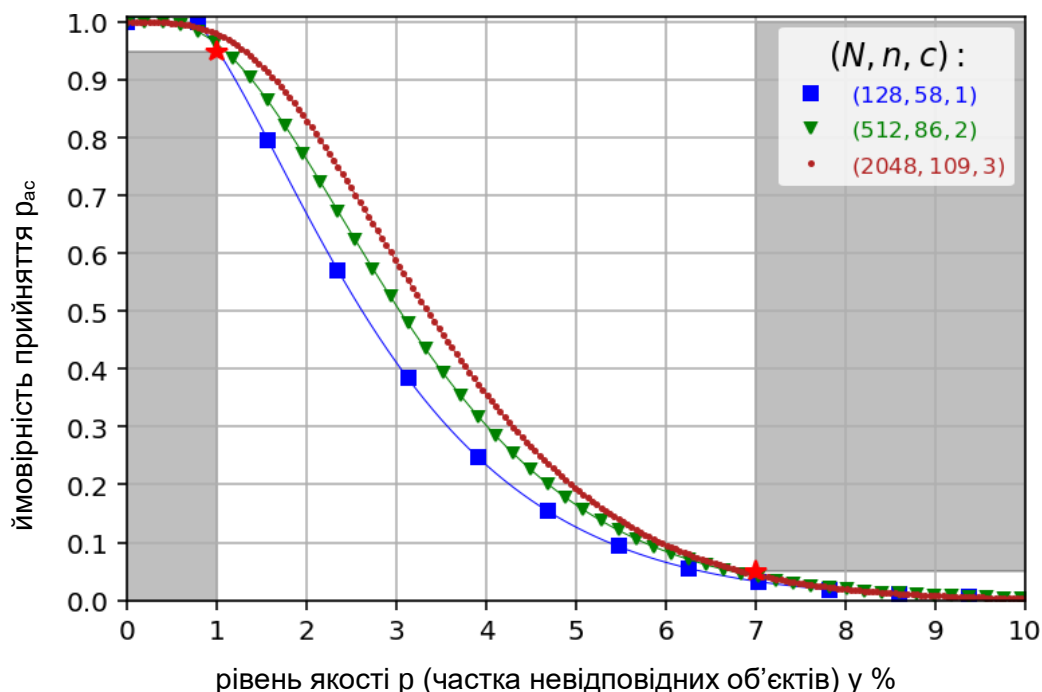


Рисунок 2: Робочі характеристики одновібіркових планів з розміром n і числом прийнятності c , допустимими за умов MID (a') і (b') для трьох різних розмірів партії N . Ймовірність прийнятності визначається кумулятивним гіпергеометричним розподілом (рівняння (2) і (9)) для можливих рівнів якості $p = M/N$ і показано як дискретні точки даних; лінії є дороговказом для очей. Області, заштриховані сірим кольором, показують два регіони, де ризик виготовлювача або споживача перевищить обмеження MID a' і b' .

4. Приймальний відбір за MID як перевірка статистичної гіпотези

29. Приймальний відбір за MID можна розуміти як приклад перевірки статистичної гіпотези, формальну структуру для оцінки тверджень або заяв на основі обмежених спостережень. Перевірка гіпотези формалізується формулюванням двох взаємодоповнюючих гіпотез, H_0 і H_A . **Нульова гіпотеза** H_0 зазвичай є пропозицією, яку можна спростувати лише за наявності достатніх доказів протилежного. У поточному контексті приймальної перевірки в модулях F і F1 MID можна припустити, що партія має достатню якість, тобто. він містить частку невідповідних елементів, кращу за AQL, $p < p_a$. **Альтернативна гіпотеза** H_A містить порушення нульової гіпотези, які мають бути виявлені, а саме невідповідну частку, гіршу за LQ, $p > p_b$.
30. Якість перевірки гіпотези можна кількісно визначити частотою помилок типу I та типу II. **Помилка типу I** (хибний позитивна) виникає, коли H_0 відхиляється на основі вибірки поганої якості, хоча H_0 є вірною. У поточному контексті частота помилок типу I α обмежена ризиком виготовлювача. **Помилка типу II** (хибно негативна) виникає, якщо H_0 не відхилено, хоча H_A є вірною, тобто, коли партія приймається через якісну вибірку, хоча насправді партія є поганої якості. Рівень помилок типу II β в цьому випадку обмежений ризиком споживача.
31. Враховуючи наведені вище визначення, умови MID (a') і (b') еквівалентні перевірці гіпотези

$$H_0: p \leq 1\%, H_A: p \geq 7\%, \text{ з частотою помилок типу I та II } \alpha, \beta \leq 5\%. \quad (12)$$

Максимальний рівень помилок для плану відбирання визначається відповідно ризиком виготовлювача та споживача, визначеними вище у формулах (7) і (8). Відповідно до цієї, заснованої на гіпотезі, інтерпретації умов MID обидва ризики обмежені симетрично зверху, що виглядає досить розумним і гарантує, що плани відбирання є правильними функціями своїх вхідних параметрів.

5. Оптимальні одновибіркові плани для модулів F та F1

32. У налаштуваннях одноразової вибірки з заданим розміром вибірки n існує максимальне число прийняття c_n таке, що дозволені ризики або рівні помилок не перевищуються. Згідно з перевіркою гіпотези (12) або еквівалентно за умов (a') і (b'), багато планів відбирання (n, c, d) допустимі. Враховуючи розмір партії N , оптимальним планом відбирання вважається пара (n^*, c^*) з мінімальним розміром вибірки, тобто $n^* \leq n$ для всіх допустимих планів, і $c^* = c_n^*$. Для цього оптимального плану відбирання ймовірність прийнятності як функція частки невідповідності p і розміру партії N позначається як $p_{ac}^*(p, N) := p_{ac}(c^*; n^*, p, N)$.
33. Для великих партій з $N > 14286$ оптимальний план відбирання виявляється $(n^*, c^*) = (109, 3)$ з ризиками, обмеженими $\alpha = 1 - P_{ac}^*(0,01, \infty) = 2,4311\%$ та $\beta = P_{ac}^*(0,07, \infty) = 4,85\%$, як було приблизно передбачено за біноміальною моделлю в межах $N \rightarrow \infty$.
34. Оптимальні плани відбирання для всіх партій кінцевих розмірів N відображені на рисунку 3 і можуть бути обчислені шляхом систематичної перевірки умов (7) і (8). В Інтернеті доступна програма R Shiny, яка розраховує оптимальний план відбирання MID для даного розміру партії (<https://klauenberg.shinyapps.io/MIDSamplingPlans/>, див. [9]).

6. Спрощений одновибірковий план для модулів F і F1

35. Найменший допустимий розмір вибірки n^* не є зростаючою функцією розміру партії N , а слідує схемі маятника через дискретизацію рівнів якості до $p = M/N$ та поточкових критеріїв прийнятності. Щоб досягти більш компактного плану відбирання, можна визначити більші інтервали розмірів партій і отримати простіші, хоча й частково неоптимальні плани відбору проб.

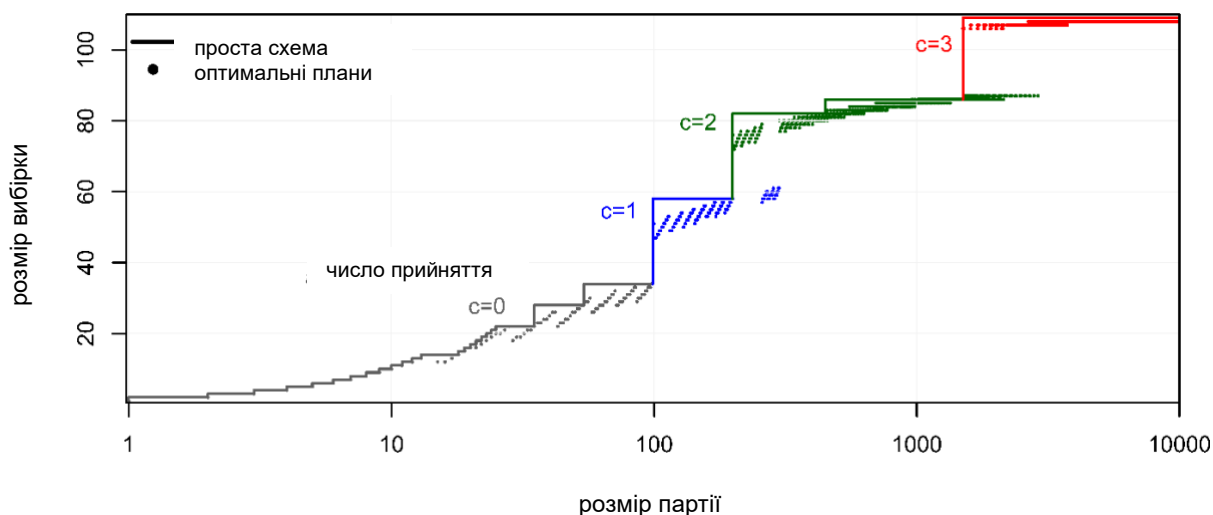
36. Одна з можливих пропозицій відносно спрощеного, але майже оптимального плану відбирання, розмір вибірки якого не зменшується зі збільшенням розміру партії, наведено в наступній таблиці:

Розмір партії N		Вибірка		Ризик виготовлювача α [%]		Ризик споживача β [%]	
від	до	n	c	від	до	від	до
1	14	N	0	0	0	0	0
15	18	14	0	0	0	0	3.92
19	25	$N-4$	0	0	0	2.00	3.51
26	35	22	0	0	0	0.96	4.37
36	54	28	0	0	0	0.78	4.73
55	99	34	0	0	0	0.93	4.68
100	199	58	1	0	0	1.00	4.84
200	449	82	2	0	2.85	1.97	4.96
450	1499	86	2	1.74	4.98	3.36	4.99
1500	∞	109	3	1.55	2.43	4.07	4.85

Таблиця 1: Спрощена, майже оптимальна схема відбирання для прийнятної вибірки MID на основі гіпотези. За конструкцією ризик виготовлювача та споживача ніколи не перевищував 5%.

Запропонована схема є компактною, наближеною до оптимальної та гарантує ризики споживача та виготовлювача нижче 5 %.

37. На рисунку 3 показано розміри вибірки як функцію розміру партії в логарифмічній шкалі (взято з [3]). Спрощений одновибірковий план подається у вигляді лінії; оптимальні плани відбирання, представлені в розділі 5, показані точками. Кольори використовуються для розрізнення планів за числом прийняття.



7. Посилання

- [1] Серія ISO 2859 «Процедури відбору проб для перевірки за атрибутами».
- [2] Серія ISO 3951 «Процедури відбору проб для перевірки за змінними».
- [3] K. Klauenberg, C. A. Müller i C. Elster, «Прийнятна вибірка на основі гіпотез для модулів F і F1 Європейської директиви про вимірювальні прилади», *Statistics and Public Policy*, vol. 8, № 1, стор. 9-17, 2021.
- [4] C. A. Müller, «Оптимальна приймальна вибірка для модулів F і F1 Європейської директиви щодо вимірювальних приладів», *Journal of Applied Statistics*, vol. 46, стор. 2338–2356, 2019.
- [5] ISO 3534-1:2006 «Статистика – Словник і символи – Частина 1: Загальні статистичні терміни та терміни, що використовуються в ймовірності», 2006.
- [6] ISO 3534-2:2006 «Статистика – Словник і символи – Частина 2: Прикладна статистика», 2006.
- [7] «Директива 2014/32/ЄС Європейського Парламенту та Ради від 26 лютого 2014 року про гармонізацію законодавства держав-членів щодо розміщення на ринку засобів вимірювання (переглянута версія). », 2014.
- [8] A. Gelman, J. Carlin, H. Stern and D. Rubin,, Байєсівський аналіз даних (1-е видання), Chapman and Hall/CRC., 1995.
- [9] K. Klauenberg, «Плани вибірки приймання MID», url: <https://klauenberg.shinyapps.io/MIDSamplingPlans/> (доступ вересень 2023), 2021