



**Оцінка даних вимірювання –
Роль непевності
вимірювання в оцінці
відповідності**

**Evaluation of measurement
data – The role of
measurement uncertainty in
conformity assessment**

***Évaluation des données de mesure –
Le rôle de l'incertitude de mesure
dans l'évaluation de la conformité***

Жовтень 2012

© JCGM 2012

**Оцінка даних вимірювання –
Роль непевності вимірювання в оцінці відповідності**

**Evaluation of measurement data — The role of
measurement uncertainty in conformity assessment**

Évaluation des données de mesure — Le rôle de l'incertitude de mesure dans
l'évaluation de la conformité

@ JCGM 2012

Авторські права на цей керівний документ JCGM спільно поділяються організаціями-членами JCGM (BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP та OIML).

Авторські права

Навіть якщо електронні версії доступні безкоштовно на веб-сайті однієї чи кількох організацій-членів JCGM, економічні та моральні авторські права на всі публікації JCGM захищені міжнародним захистом. JCGM не дозволяє без свого письмового дозволу третім сторонам переписувати чи змінювати бренд випусків, продавати примірники громадськості, транслювати чи використовувати свої публікації в Інтернеті. Крім того, JCGM також заперечує проти спотворення, збільшення або перекручування своїх публікацій, включаючи назви, гасла та логотипи, а також публікацій своїх організацій-членів.

Офіційні версії та переклади

Єдиними офіційними версіями документів є ті, що опубліковані JCGM мовами оригіналу.

Публікації JCGM можуть бути перекладені мовами, відмінними від тих, якими документи були спочатку опубліковані JCGM. Перш ніж можна буде зробити переклад, необхідно отримати дозвіл від JCGM. Усі переклади мають відповідати оригінальному та офіційному формату формул і одиниць (без будь-якого перетворення в інші формули чи одиниці) і містити таке твердження (перекладається на вибрану мову):

Усі продукти JCGM захищені міжнародним авторським правом. Цей переклад оригінального документа JCGM було зроблено з дозволу JCGM. JCGM зберігає повний міжнародний захист авторських прав на дизайн і зміст цього документа, а також на назви, гасла та логотипи JCGM. Організації-члени JCGM також зберігають повне міжнародне право на свої назви, гасла та логотипи, включені в публікації JCGM. Єдиною офіційною версією є документ, опублікований JCGM мовами оригіналу.

JCGM не несе жодної відповідальності за відповідність, точність, повноту або якість інформації та матеріалів, запропонованих у будь-якому перекладі. Копія перекладу повинна бути надана JCGM під час публікації.

Розмноження

Публікації JCGM можуть бути відтворені за умови письмового дозволу JCGM. Зразок будь-якого відтвореного документа надається JCGM під час відтворення та містить таке твердження:

Цей документ відтворено з дозволу JCGM, яка зберігає за собою повне міжнародне захист авторських прав на дизайн і зміст цього документа, а також на назви, гасла та логотипи JCGM. Організації-члени JCGM також зберігають повне міжнародне право на свої назви, гасла та логотипи, включені в публікації JCGM. Єдиними офіційними версіями є оригінальні версії документів, опубліковані JCGM.

Застереження

JCGM та організації-члени опублікували цей документ, щоб покращити доступ до інформації про метрологію. Вони намагаються оновлювати його на регулярній основі, але не

можуть гарантувати точність у будь-який час і не несуть відповідальності за будь-яку пряму чи непряму шкоду, яка може виникнути внаслідок його використання. Будь-яке посилання на комерційні продукти будь-якого типу (включаючи, але не обмежуючись будь-яким програмним забезпеченням, даними чи апаратним забезпеченням) або посилання на веб-сайти, які JCGM та його організації-члени не контролюють і за які вони не несуть жодної відповідальності, не означає жодного схвалення, підтвердження або рекомендації JCGM та організацій-членів.

ЗМІСТ

	сторінка
Передмова	vi
Вступ	vii
1 Область застосування	1
2 Нормативні посилання	2
3 Терміни та визначення	2
3.1 Терміни, що стосуються ймовірності	2
3.2 Терміни, що стосуються метрології	4
3.3 Терміни, що стосуються оцінки відповідності	6
4 Домовленості та примітки	8
5 Границі допуску та інтервали допуску	10
5.1 Вимірювання для оцінки відповідності.....	10
5.2 Допустимі та недопустимі значення: інтервали допуску.....	10
5.3 Приклади границь допуску	11
6 Знання про вимірювану величину	12
6.1 Ймовірність та інформація	12
6.2 Теорема Байєса	12
6.3 Зведена інформація	14
6.3.1 Найкраща оцінка та стандартна непевність	14
6.3.2 Інтервали охоплення	14
7 Ймовірність відповідності встановленим вимогам	15
7.1 Загальне правило обчислення ймовірності відповідності	15
7.2 Ймовірність відповідності з нормальними PDF.....	16
7.3 Односторонні інтервали допуску з нормальними PDF	17
7.3.1 Єдина нижня границя допуску	17
7.3.2 Єдина верхня границя допуску	17
7.3.3 Загальний підхід з єдиними границями допуску	18
7.4 Двосторонні інтервали допуску з нормальними PDF	19
7.5 Ймовірність відповідності та інтервали охоплення	20
7.6 Показник вимірювальної здатності C_m	21
7.7 Показник вимірювальної здатності та ймовірність відповідності	21
8 Інтервали прийняття	23
8.1 Границі прийняття	23
8.2 Правило прийняття рішення на основі простого прийняття.....	23
8.3 Правила прийняття рішення на основі захисних смуг	24
8.3.1 Загальні міркування	24
8.3.2 Захищене прийняття	25
8.3.3 Захищене відхилення	26

9 Ризики споживача та виробника	28
9.1 Загальне	28
9.2 PDF для виробничого процесу та вимірювальної системи	29
9.3 Можливі результати інспекційного вимірювання з бінарним правилом прийняття рішення	30
9.4 Об'єднана PDF для Y та Y_m	31
9.5 Обчислення глобальних ризиків	32
9.5.1 Історичний контекст	32
9.5.2 Загальні формули	32
9.5.3 Особливий випадок: бінарне правило прийняття рішення	33
9.5.4 Встановлення границь прийняття	35
9.5.5 Загальний графічний підхід	39
9.5.6 Значення зменшеної непевності вимірювання	40
 Додатки	
А (довідковий)	
Нормальний розподіл	41
A.1 Нормальна функція густини ймовірності	41
A.2 Інтеграли нормальних PDF	41
A.3 Ймовірності охоплення для нормальної PDF	42
A.4 Нормальний процес та густини ймовірностей вимірювання	42
A.4.1 Апріорна PDF $g_o(\eta)$ вимірюваної величини Y	42
A.4.2 PDF $h(\eta_m \eta)$ для Y_m , задане значення $Y = \eta$	43
A.4.3 Крайова PDF $h_o(\eta_m)$ для Y_m	43
A.4.4 Апостеріорна (після вимірювання) PDF $g(\eta \eta_m)$ для Y	44
A.5 Розрахунки ризиків з нормальною PDF і бінарне правило прийняття рішення	45
 В (довідковий)	
Попереднє знання про вимірювану величину	47
B.1 Статистичне управління процесом	47
B.2 Об'єкт, вибраний випадково із вимірюваної вибірки	47
B.3 Позитивна властивість біля фізичних границь	50
 С (довідковий)	
Глосарій основних символів (позначень)	53
 Бібліографія	55
 Алфавітний покажчик	58

Передмова

У 1997 році Об'єднаний комітет керівництв у метрології (JCGM) під головуванням директора Міжнародного бюро мір та ваг (BIPM) був створений сімома міжнародними організаціями, які першочергово в 1993 році підготували *Настанову з вираження непевності у вимірюванні (GUM)* і *Міжнародний словник основних і загальних термінів у метрології (VIM)*. JCGM взяв на себе відповідальність за ці два документи від Технічної консультативної групи 4 (ТКГ4) ISO.

Об'єднаний комітет формується BIPM з Міжнародною електротехнічною комісією (IEC), Міжнародною Федерацією медичної хімії та лабораторної медицини (IFCC), Міжнародної організації зі стандартизації (ISO), Міжнародного союзу теоретичної і прикладної хімії (IUPAC), Міжнародного союзу теоретичної та прикладної фізики (IUPAP) і Міжнародної організації законодавчої метрології (OIML). Наступна організація приєдналася до цих семи міжнародних організацій, а саме, Міжнародне співробітництво з акредитації лабораторій (ILAC).

JCGM має дві робочі групи. Робоча група 1 – «Вираження непевності вимірювання» має завданням сприяння використанню GUM і підготувати додатки та інші документи для його широкого застосування. Робоча Група 2 – «Робоча група з міжнародного словника основних і загальних термінів у метрології (VIM)» має завдання переглядати і сприяти використанню VIM. Для отримання додаткової інформації про діяльність JCGM див. www.bipm.org.

Ціль документів, таких цей, надати додаткову цінність GUM шляхом надання рекомендацій з різних аспектів оцінки та використання непевності вимірювання, які не чітко трактуються в GUM. Таке керівництво буде максимально узгодженим із загальною ймовірнісною основою GUM.

Цей документ підготовлений Робочою Групою 1 JCGM та має користь від детальних оглядів, що здійснюються організаціями-членами JCGM і Національними метрологічними інститутами.

Вступ

Оцінка відповідності (див. 3.3.1), в широкому розумінні, це будь-яка діяльність для визначення прямо або опосередковано, чи продукт, процес, система, особа або орган відповідає відповідним стандартам і задовольняє встановлені вимоги (див. 3.3.3). ISO/IEC 17000:2004 надає загальні терміни та визначення, що стосуються оцінки відповідності, включаючи акредитацію органів з оцінки відповідності та використання оцінки відповідності в торгівлі.

У спеціальному виді оцінки відповідності, який іноді називають *інспекцією* (див. 3.3.2), визначення, що продукт відповідає встановленим вимогам, залежить від вимірювання як основного джерела інформації. ISO 10576-1:2003 [22] встановлює керівні принципи щодо перевірки відповідності встановленим границям у випадку, коли *величина* (див. 3.2.1) вимірюється і результируючий *інтервал охоплення* (див. 3.2.7) (називається «інтервал непевності» в ISO 10576-1:2003) порівнюється з *інтервалом допуску* (див. 3.3.5). Цей документ поширює такий підхід для того, щоб залучити детальний розгляд ризиків, а також створює загальні процедури з ухвалення рішення про відповідність на основі *результатів вимірювань* (див. 3.2.5), визнаючи основну роль *розподілів ймовірності* (див. 3.1.1) як вираження непевності і неповної інформації.

Оцінка непевності вимірювання є технічною проблемою, вирішення якої адресується до JCGM 100:2008, *Настанова з вираження непевності у вимірюванні (GUM)*, а також його додатків, JCGM 101:2008, JCGM 102:2011 та JCGM 103 [3]. У цьому документі передбачається, що величина, яка обговорюється - вимірювана величина (див. 3.2.4) була виміряна з результатом вимірювання, вираженим сумісно з принципами, викладеними в GUM. Зокрема передбачається, що корекції були застосовані з урахуванням всіх визнаних важливих систематичних ефектів.

В оцінці відповідності, результат вимірювання використовується для прийняття рішення, чи відповідає об'єкт встановленим вимогам. Об'єктом може бути, наприклад, кінцева міра довжини або цифровий вольтметр, що має бути каліброваним відповідно до ISO/IEC 17025:2005 [23] або повіреним відповідно до ISO 3650 [24] або зразок промислових стічних вод. Зазвичай вимоги приймають форму однієї або двох *границь допуску* (див. 3.3.4), які визначають інтервал допустимих значень, який називається *інтервал допуску* (див. 3.3.5) вимірної властивості об'єкту. Приклади таких властивостей включають в себе довжину кінцевої міри, похибку показу вольтметра і масову концентрацію ртуті в пробі стічних вод. Якщо істинне значення властивості знаходиться в межах інтервалу допуску, то кажуть, що величина *відповідна*, або, інакше, *невідповідна*.

ПРИМІТКА. Термін «інтервал допуску», який застосований в оцінці відповідності має інше значення, ніж такий самий термін, якщо він використовується в статистиці.

Загалом, прийняття рішення щодо відповідності об'єкту вимогам буде залежати від кількості вимірюваних властивостей і тому може бути один або декілька інтервалів допуску, пов'язаних з кожною властивістю. Також може бути кілька можливих рішень стосовно кожної властивості, враховуючи результат вимірювання. Вимірявши певну властивість, наприклад, можна було б вирішити наступне:

- (а) прийняти об'єкт
- (б) відхилити об'єкт
- (в) виконати інше вимірювання та таке ін.

У цьому документі розглядаються об'єкти, що мають єдину скалярну властивість, з вимогою, встановленою однією або двома границями допуску, та бінарний вихід, за яким є тільки

два можливих стани об'єкту - відповідний або невідповідний і два можливі відповідні рішення - прийняти або відхилити. Представлені поняття можуть поширюватись на більш загальні проблеми вирішення.

В оцінці вимірювальних даних, знання про можливі значення вимірюваної величини, загалом, кодується і виражається *функцією густини ймовірності* (див. 3.1.3) або чисельною апроксимацією такої функції. Такі знання часто підсумовують шляхом надання найкращої оцінки (взятої як *значення вимірюваної величини* (див. п. 3.2.6) разом з асоційованою непевністю вимірювання або інтервалом охоплення, який містить значення вимірюваної величини з встановленою *ймовірністю охоплення* (див. п. 3.2.8). Таким чином, оцінка відповідності встановленим вимогам — це питання ймовірності на основі інформації, доступної після виконання вимірювання.

У типових вимірюваннях вимірювана величина сама по собі не спостерігається. Наприклад, довжину сталеві кінцевої міри не можна безпосередньо спостерігати, але можна спостерігати показ мікрометра коли його губки контактують з кінцями. Такий показ передає інформацію про довжину блоку через модель вимірювання, яка включає в себе ефекти впливних величини, такі як теплове розширення і калібрування мікрометра. В оцінці відповідності, рішення прийняття/відхилення базується на спостережних даних (наприклад, виміряні значення величини), які призводять до висновків щодо можливих значень недоступної для спостереження вимірюваної величини [37].

Через непевність вимірювання, завжди є ризик неправильного рішення щодо відповідності об'єкту визначеним вимогам на основі виміряного значення властивості об'єкту. Такі хибні рішення бувають двох типів: об'єкт прийнятий як відповідний насправді може бути не відповідним, а відхилений об'єкт насправді може бути відповідним.

Визначаючи *інтервал прийняття* (див. 3.3.9) допустимих вимірних значень вимірюваної величини, ризики хибного рішення прийняття/відхилення об'єкта, що пов'язані з непевністю вимірювання, можна збалансувати таким чином, щоб звести до мінімуму витрати, пов'язані з такими хибними рішеннями. У цьому документі розглядаються технічні проблеми обчислення *ймовірності відповідності* (див. 3.3.7) та ймовірності цих двох типів хибних рішень, враховуючи функцію густини ймовірності (PDF) для вимірюваної величини, границі допуску та границі інтервалу прийняття.

На Рисунку 1 показано певний інтервал прийняття та його відношення до відповідного інтервалу допуску.



Рисунок 1 - Бінарна оцінка відповідності, де рішення приймаються на основі вимірних значень величини. Істинне значення вимірної властивості (вимірюваної величини) повинно знаходитись в інтервалі допуску, визначеного границями (T_L , T_U). Об'єкт приймається як відповідний, якщо вимірне значення властивості лежить в інтервалі, визначеному границями прийняття (див. 3.3.8) (A_L , A_U), а в іншому випадку відхиляється як невідповідний.

Вибір границь допуску і границь прийняття – це бізнесові рішення або рішення політик, які залежать від наслідків, пов'язаних з відхиленнями від очікуваної якості продукції. Загальне трактування природи таких рішень виходять за рамки цього документу; див., наприклад, посилання [14, 15, 34, 35, 36, 44].

Оцінка даних вимірювання – Роль непевності вимірювання в оцінці відповідності

1. Область застосування

Цей документ забезпечує керівництво та процедури оцінки відповідності об'єкта (сутності, об'єкта чи системи) встановленим вимогам. Цим об'єктом може бути, наприклад, кінцева міра довжини, ваги для продуктів або зразок крові. Процедури можуть застосовуватись, у разі виконання наступних умов:

- об'єкт виділяється єдиною скалярною *величиною* (див. 3.2.1) (вимірна властивість), визначається рівнем деталізації, достатньої, щоб бути обґрунтовано представленим унікальним істинним значенням;

ПРИМІТКА. GUM надає обґрунтування щодо не використання терміну «істинний», але він буде використовуватися в цьому документі, якщо існуватиме можливість двозначності або плутанини.

- інтервал допустимих значень властивості задається однією або двома границями допуску;
- властивість можна виміряти, а *результат вимірювань* (див. 3.2.5) виразити у відповідності з принципами GUM, так що знання про значення властивості може бути обґрунтовано описано: (а) *функцією густини ймовірності* (див. п. 3.1.3) (PDF), (б) *функцією розподілу* (див. розділ 3.1.2), (в) числовими апроксимаціями таких функцій або (г) найкращою оцінкою разом з інтервалом охоплення та пов'язаною ймовірністю охоплення.

Процедури, що розроблені в цьому документі, можуть використовуватись для визначення інтервалу, що називається інтервалом прийняття, допустимих вимірних значень властивості об'єкту. Границі прийняття можуть бути вибрані таким чином, щоб збалансувати ризики, пов'язані з прийняттям невідповідних об'єктів (ризик споживача) або відхилення відповідних об'єктів (ризик виробника).

Розглядаються два типи проблем оцінки відповідності. Перша - це встановлення границь прийняття, що забезпечать досягнення бажаної ймовірності відповідності для одиничного вимірюваного об'єкту. Друга - це встановлення границь прийняття для забезпечення прийняттого в середньому рівня довіри у вигляді кількості (номінально однакових) вимірюваних об'єктів. Для вирішення вказаних проблем надається ця настанова.

Цей документ містить приклади для ілюстрації цієї настанови. Поняття, що представлені, можуть поширюватись на більш загальні проблеми оцінки відповідності, що базуються на вимірюваннях набору скалярних вимірюваних величин. Документи, такі як посилання [19, 13], охоплюють окремі аспекти оцінки відповідності.

Аудиторія цього документу - це керівники з якості, члени організацій з розробки стандартів, органи з акредитації та персонал випробувальних і вимірювальних лабораторій, контролюючі органи, органи зі сертифікації, регулюючі органи, вчені та дослідники.

2. Нормативні посилання

Наступні нормативно-довідкові документи необхідні для застосування цього документа.

JCGM 100:2008. Оцінка даних вимірювань - Настанова з вираження непевності у вимірюванні (GUM).

JCGM 101:2008. Оцінка даних вимірювань - Додаток 1 до «Настанова з вираження непевності у вимірюванні» - Поширення розподілу, використовуючи метод Монте-Карло.

JCGM 102:2011. Оцінка даних вимірювань - Додаток 2 до «Настанова з вираження непевності у вимірюванні» - Розширення до будь-якої кількості вихідних величин.

JCGM 200:2012. Міжнародний словник метрології - Основні та загальні поняття і відповідні терміни (VIM3).

ISO/IEC 17000:2004. Оцінка відповідності - Словник і загальні принципи.

ISO 3534-1:2006. Статистика - Словник та умовні позначення - Частина 1: Ймовірність і загальні статистичні терміни.

ISO 3534-2:2006. Статистика - Словник та умовні позначення - Частина 2: Прикладна статистика.

3. Терміни та визначення

Для цілей цього документа застосовуються визначення JCGM 100:2010, JCGM 101:2008 та JCGM 200:2012, якщо не вказано інше. Деякі найбільш відповідні визначення з цих документів надаються нижче в стислій формі. Додаткову інформацію, включаючи примітки та приклади, можна знайти в нормативних посиланнях.

Також представлені додаткові визначення, включаючи визначення, що взяті або адаптовані з інших джерел, які особливо важливі в оцінці відповідності.

Для визначень, які посилаються на інші документи, ПРИМІТКА, що зустрічається до цього посилання, є частиною процитованого елементу; інші ПРИМІТКИ специфічні для застосування цього документа.

У цьому документі терміни «показ» та «максимально допустима похибка (показу)» беруться скоріше як величини, ніж як значення, на відміну від JCGM 200:2012.

ПРИМІТКА. Цитати виду [JCGM 101:2008 3.4] відносяться до (під-) розділів процитованих посилань.

3.1 Терміни, що стосуються ймовірності

3.1.1

розподіл ймовірності

розподіл

міра ймовірності, викликаной випадковою змінною

ПРИМІТКА. Існують численні еквівалентні математичні форми вираження розподілу, включаючи функцію розподілу (див. розділ 3.1.2), функцію густини ймовірності, якщо вона існує (див. пункт 3.1.3), та характеристичну функцію.

[Адаптовано з ISO 3534-1:2006 2.11]

3.1.2

функція розподілу

функція, яка дає для кожного значення ξ ймовірність того, що випадкова змінна X буде менша або дорівнювати ξ :

$$G_x(\xi) = \Pr(X \leq \xi)$$

[JCGM 101:2008 3.2]

3.1.3

функція густини ймовірності

PDF

похідна, якщо вона існує, функції розподілу

$$g_x(\xi) = dG_x(\xi)/d\xi$$

ПРИМІТКА. $g_x(\xi)d\xi$ - це «елемент ймовірності»

$$g_x(\xi) d\xi = \Pr(\xi < X < \xi + d\xi)$$

[Адаптовано з JCGM 101:2008 3.3]

3.1.4 нормальний розподіл

розподіл ймовірності неперервної випадкової величини X , яка має функцію густини ймовірності

$$g_x(\xi) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\xi - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

для $-\infty < \xi < +\infty$

ПРИМІТКА 1 μ – це очікування (див. 3.1.5), а σ – стандартне відхилення X (див. 3.1.7).

ПРИМІТКА 2 Нормальний розподіл також відомий як розподіл Гауса.

[JCGM 101:2008 3.4]

3.1.5

очікування

для неперервної випадкової величини X , що характеризується PDF $g_x(\xi)$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} \xi g_x(\xi) d\xi$$

JCGM 106:2012

ПРИМІТКА 1 Очікування також відоме як середнє значення.

ПРИМІТКА 2 Не всі випадкові величини мають очікування.

ПРИМІТКА 3 Очікуванням випадкової величин $Z = F(X)$ для наданої функції $F(X)$ є:

$$E(Z) = E(F(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\xi) g_x(\xi) d\xi$$

[JCGM 101:2008 3.7]

3.1.6 дисперсія

неперервна випадкова величина X , що характеризується PDF $g_x(\xi)$,

$$V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} [\xi - E(X)]^2 g_x(\xi) d\xi$$

ПРИМІТКА. Не всі випадкові величини мають дисперсію.

[JCGM 101:2008 3.7]

3.1.7

стандартне відхилення

позитивний квадратний корінь з дисперсії

[JCGM 101:2008 3.8]

3.2 Терміни, що стосуються метрології

3.2.1

величина

властивість явища, тіла або речовини, де властивість має розмір, який може бути виражений як число та основа для порівняння

[JCGM 200:2012 1.1]

3.2.2

значення величини

значення величини

значення

число та основа для порівняння, які разом виражають розмір величини

[JCGM 200:2012 1.19]

3.2.3

істинне значення величини

істинне значення величини

істинне значення

значення величини, відповідне визначенню величини

[JCGM 200:2012 2.11]

3.2.4

вимірювана величина

величина, призначена для вимірювання

[JCGM 200:2012 2.3]

ПРИМІТКА. В цьому документі вимірювана величина є вимірною властивістю об'єкта вимірювання.

3.2.5

результат вимірювання

сукупність значень величини, що приписується вимірюваній величині разом з будь-якою іншою доступною відповідною інформацією

ПРИМІТКА. Результат вимірювання може виражатись різними способами, наприклад, (a) вимірним значенням величини з пов'язаною непевністю вимірювання; (b) інтервалом охоплення вимірюваної величини з асоційованою ймовірністю охоплення; (c) PDF; (d) числовим наближенням до PDF.

[JCGM 200:2012 2.9]

3.2.6

виміряне значення величини

значення вимірної величини

виміряне значення

значення величини, що репрезентує результат вимірювання

ПРИМІТКА. Виміряне значення величини також відоме як оцінка або найкраща оцінка величини.

[JCGM 200:2012 2.9]

3.2.7

інтервал охоплення

інтервал, що містить сукупність істинних значень вимірюваної величини зі встановленою ймовірністю, оснований на доступній інформації.

[JCGM 200:2012 2.36]

3.2.8

ймовірність охоплення

ймовірність того, що сукупність істинних значень вимірюваної величини міститься в певному інтервалі охоплення

[JCGM 200:2012 2.37]

3.2.9

показ

величина, надана засобом вимірювань або вимірювальною системою

ПРИМІТКА 1 Показ часто задається як позиція покажчика для аналогового виходу або показаного на дисплеї, чи роздрукованого числа для цифрового виходу.

ПРИМІТКА 2 Також показ є відомим як зчитування.

3.3 Терміни, що стосуються оцінки відповідності

3.3.1

оцінка відповідності

діяльність для визначення виконання встановлених вимог, що стосуються продукції, процесу, системи, особи чи органу

[адаптовано з ISO/IEC 17000:2004 2.1]

3.3.2

інспектування

оцінка відповідності шляхом спостереження та судження, що супроводжується, у відповідних випадках, вимірюванням, випробуванням або порівнянням з мірою

[Адаптовано з ISO/IEC 17000:2004 2.1]

ПРИМІТКА. Вимірювання, виконане як частина оцінки відповідності інколи називається інспекційним вимірюванням.

3.3.3

встановлені вимоги

потреба або очікування, яке задане

ПРИМІТКА. Встановлені вимоги можуть бути задані у нормативних документах, таких як постанови, стандарти або технічні умови.

[ISO/IEC 17000:2004 3.1]

ПРИМІТКА 1 Термін «очікування» у контексті встановлених вимог не стосується очікування випадкової змінної; див. визначення 3.1.5.

ПРИМІТКА 2 У цьому документі типові встановлені вимоги приймають форму встановленого інтервалу допустимих значень вимірюваної властивості об'єкту.

ПРИКЛАД 1 Вимагається, щоб проба промислових стічних вод (об'єкт) мала масову долю розчиненої ртуті (властивість) не більше ніж 10 нг/л.

ПРИКЛАД 2 Необхідно, щоб ваги для продуктів (об'єкт) мали показ R (властивість) і інтервал $[999,5 \text{ g} \leq R \leq 1\,000,5 \text{ g}]$, коли вимірюється еталонна гиря 1 кг.

3.3.4

границя допуску

встановлена границя

визначена нижня або верхня границя допустимих значень властивості

[Адаптовано з ISO 3534-2:2006 3.1.3]

3.3.5

інтервал допуску

інтервал допустимих значень властивості

[Адаптовано з ISO 10576-1:2003 3.5]

ПРИМІТКА 1 Якщо не задано іншим чином у специфікаціях, то границі допусків належать інтервалу допуску.

ПРИМІТКА 2 Термін «інтервал допуску», що застосований в оцінці відповідності, має відмінне від значення такого ж терміну застосовуваного в статистиці.

ПРИМІТКА 3 В ASME B89.7.3.1:2001 [2] інтервал допуску називається «зоною специфікації».

3.3.6

допуск

встановлений допуск

різниця між верхньою та нижньою границями допуску

3.3.7

ймовірність відповідності

ймовірність, що об'єкт задовольняє встановлені вимоги

3.3.8

границі прийняття

визначена верхня або нижня границя допустимих значень вимірюваної величини

[Адаптовано з ISO 3534-2:2006 3.1.6]

3.3.9

інтервал прийняття

інтервал допустимих значень вимірюваної величини

ПРИМІТКА 1 Якщо інше не обумовлено в специфікаціях, границі прийняття належать до інтервалу прийняття.

ПРИМІТКА 2 Інтервал прийняття називається «зона прийняття» у ASME B89.7.3.1 [2].

3.3.10

інтервал відхилення

інтервал недопустимих значень вимірюваної величини

ПРИМІТКА 1 Інтервал відхилення називається «зона відхилення» у ASME B89.7.3.1 [2].

3.3.11

захисна смуга

інтервал між границею допуску і відповідною границею прийняття

ПРИМІТКА 1 Захисна смуга включає границі.

3.3.12

правило прийняття рішення

задокументоване правило, що описує, як буде врахована непевність вимірювань стосовно прийняття або відхилення об'єкту, за визначених вимог та результату вимірювань

[Адаптовано з ASME B89.7.3.1-2001 [2]]

3.3.13

окремий ризик споживача

ймовірність того, що конкретний прийнятий об'єкт є невідповідним

3.3.14

окремий ризик виробника

ймовірність того, що конкретний неприйнятий об'єкт є відповідним

3.3.15

глобальний ризик споживача

ризик споживача

ймовірність, що невідповідний об'єкт буде прийнятий на основі майбутнього результату вимірювання

3.3.16

глобальний ризик виробника

ризик виробника

ймовірність, що відповідний об'єкт буде відхилений на основі майбутнього результату вимірювання

3.3.17

показник вимірювальної здатності

допуск, поділений на кратну стандартну непевність вимірювань, пов'язану з вимірюваною величиною властивості об'єкту

ПРИМІТКА. У цьому документі кратне число 4; див. п. 7.6.3.

3.3.18

максимально допустима похибка (показу)

MPE

для засобу вимірювань - максимальна різниця, дозволена специфікаціями або нормами, між показом засобу та вимірюваною величиною

ПРИМІТКА 1 Коли встановлюється більше однієї максимальної різниці, то застосовується термін «максимально допустимі похибки», наприклад – встановлена максимальна негативна різниця та максимальна позитивна різниця.

ПРИМІТКА 2. Похибка показу може записуватись як $E = R - R_0$, де R – показ, R_0 - означає показ ідеального засобу вимірювань, при вимірюванні однакової вимірюваної величини Y . У випробуваннях та повірці засобів вимірювань похибка показу типово оцінюється вимірюваннями за допомогою каліброваного референтного еталону.

4. Домовленості та примітки

Для цілей цього документа прийняті наступні домовленості, позначення і термінологія.

4.1 У GUM стандартна непевність, пов'язана з оцінкою у вимірюваної величини Y , записується як $u_c(y)$. Нижній індекс «с», що позначає «сумарну» стандартну непевність, розглядається як надлишковий і не використовується в цьому документі. (Див. JCGM 101:2008 4.10).

4.2 Вираз $A =: B$ означає, що B визначається через A .

4.3 У разі відсутності підстав для плутанини для спрощення позначень використовується символ u замість $u(y)$. Розширена непевність U , як правило, дорівнює $U = ku$ при коефіцієнті охоплення $k = 2$; значення k вказується явно, коли існує можливість неоднозначності.

4.4 Властивість, що цікавить (вимірювана величина), розглядається як випадкова величина Y з можливими значеннями η . Коли вимірюється Y , то при оцінці даних вимірювань отримують значення вимірюваної величини η_m , яке береться для реалізації випадкової змінної Y_m , яка досліджується. Зазвичай, вимірюване значення η_m буде відмінним від Y через невідому похибку E , яка залежить, скажімо, від випадкових та систематичних впливів.

4.5 Інтервал допуску задає допустимі значення вимірюваної величини Y . Рішення оцінки відповідності базується на виміряному значенні η_m і відношення η_m до визначеного інтервалу прийняття.

4.6 Знання про величини Y і Y_m кодується і передається умовними PDF, форми яких залежать від наявної інформації. Умовні PDF пишуться з вертикальною рискою з інформацією справа ризику. PDF для вимірюваної величини Y до вимірювання - це $g_{Y|I}(\eta|I)$, де символ I означає попередню інформацію.

4.7 Після вимірювання властивості, що цікавить, що дає виміряне значення η_m , PDF для Y становитиме $g_{Y|\eta_m,I}(\eta|\eta_m,I)$.

4.8 Аналогічні PDF для можливих значень η_m вихідної величини Y_m вимірювальної системи – це (а) - $g_{Y_m|I}(\eta_m,I)$, кодування довіри до можливих вимірних значень з урахуванням лише попередньої інформації I та (б) - $g_{Y_m|\eta,I}(\eta_m|\eta,I)$, аналогічної PDF, коли додатково до попередньої інформації I , припускається, що вимірювана величина має дане істинне значення $Y = \eta$.

4.9 Для стислого викладу в цьому документі значною мірою опускають детальну демонстрацію фіксованої попередньої інформації I . Також PDF для Y і Y_m виражається відповідно через символи g і h , використовуючи наступні умовні знаки, в яких індекси значною мірою приховуються:

- щодо знань про вимірювану величину Y до вимірювання,

$$g_{Y|I}(\eta|I) =: g_o(\eta);$$

- щодо знань про вимірювану величину Y після вимірювання,

$$g_{Y|\eta_m,I}(\eta|\eta_m,I) =: g(\eta|\eta_m)$$

- знання про можливі вимірні значення, маючи лише попередню інформацію I ,

$$g_{Y_m|I}(\eta_m,I) =: h_o(\eta_m);$$

- знання про Y_m додатково для інформації I , за умови, що задане значення $Y = \eta$ вимірюваної величини:

$$g_{Y_m|\eta,I}(\eta_m|\eta,I) =: h(\eta_m|\eta).$$

Ці PDF не є незалежними, а пов'язані через теорему Байєса (див. розділ 6.2.).

4.10 Відповідно до Резолюції 10 22-ї CGPM (2003) «... символ десяткового знаку повинен бути або крапкою в рядку або комою в рядку... ». JCGM вирішив прийняти крапку в рядку у своїх документах англійською мовою.

5. Границі допуску та інтервали допуску

5.1 Вимірювання з оцінки відповідності

5.1.1 Розглянемо ситуацію, коли властивість об'єкту інтересу, наприклад таку як похибка показу вольтметра, вимірюють для того, щоб вирішити, чи об'єкт відповідає встановленим вимогам. Така перевірка відповідності включає в себе послідовність трьох операцій:

- вимірювання властивості, що цікавить;
- порівняння результату вимірювання зі встановленими вимогами;
- прийняття рішення про подальші дії.

5.1.2 На практиці, після отримання результату вимірювань, як правило, впроваджуються дії зв'язання/прийняття рішення з використанням раніше встановленого і затвердженого *правила прийняття рішень* (див. 3.3.12), яке залежить від результату вимірювань, заданих вимог і наслідків від прийняття хибного рішення.

5.1.3 Існує доступна Настанова, що стосується формулювання прийняття рішень. ISO 14253-1 [21] і ASME B89.7.3.1 [2] надають рекомендації щодо документування обраного правила прийняття рішень для опису ролі непевності вимірювань у встановленні границі прийняття. Ці документи обговорюють правила прийняття рішень, включаючи два або більше можливих рішень, включаючи бінарне правило прийняття рішень, яке цей документ розглядає як окремий випадок.

5.1.4 Вимірювання, виконане як частина оцінки відповідності, призначається для отримання інформації, достатньої для того, щоб можна було б прийняти рішення з допустимим рівнем ризику. Відповідна стратегія вимірювання збалансує вартість зменшеної непевності вимірювання з вигодою більш певних знань про істинне значення вимірюваної величини.

5.1.5 Таким чином інспекційне вимірювання разом з відповідним правилом прийняття рішення тісно пов'язані з такими питаннями як затрати і ризику. Отже, проектування задовільної оцінки відповідності часто не є виключно технічним завданням. Якщо метою є мінімізація витрат, за наявності належної економічної моделі, проблема зводиться до прямого розрахунку.

5.2 Допустимі і недопустимі значення: інтервали допуску

5.2.1 У цьому документі встановлені вимоги до вимірюваної величини складаються з граничних значень, які називаються границями допуску, що виокремлюють інтервали допустимих значень вимірюваної величини від інтервалів недопустимих значень [22]. Інтервали допустимих значень, що називаються інтервалами допуску, бувають двох видів:

- односторонні інтервали допуску з верхньою або нижньою границею допуску;
- двосторонні інтервали допуску з верхньою і нижньою границями допуску.

У будь-якому випадку, об'єкт відповідає встановленим вимогам, якщо істинне значення вимірюваної величини знаходиться в межах інтервалу допуску, в іншому випадку об'єкт - невідповідний. Згадані інтервали допуску показано на Рис. 2.

5.2.2 Здавалось би, односторонні інтервали допуску з фізичних або теоретичних міркувань часто передбачають додаткові обмеження, які детально не встановлюються [22]. Такі інтервали допуску фактично двосторонні, що мають одну визначену границю і одну границю, що припускається; див. приклади 4 і 5, що подані нижче.

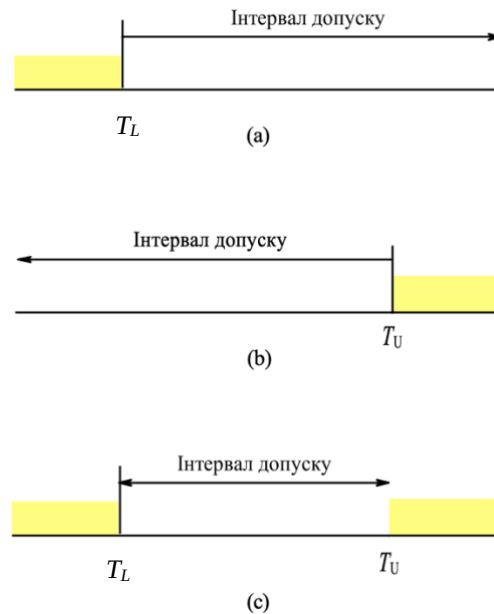


Рисунок 2 - Інтервали допуску. (а) Односторонній інтервал з єдиною нижньою границею допуску T_L ; (б) односторонній інтервал з однією верхньою границею допуску T_U ; (в) двосторонній інтервал, що має нижню і верхню границі допуску. Різниця $T_U - T_L$ називається допуск.

ПРИМІТКА 1. У деяких випадках, таких як безпечність продуктів харчування та захист навколишнього середовища, встановлення границь допуску у вимірюваннях оцінки відповідності може включати в себе невизначеності, які пов'язані з труднощами в оцінці наслідків від прийняття хибних рішень [29]. Ця проблема в аналізі надійності, яка називається невизначеністю повноти, пов'язана з непроаналізованими внесками у ризик [31].

ПРИМІТКА 2. Питання, такі як невизначеність повноти, не мають ніякого відношення до непевності вимірювання, пов'язаної з оцінкою вимірюваної величини в результаті інспекційного вимірювання. В цьому документі границі допуску взяті за константи.

5.3 Приклади границь допуску

ПРИКЛАД 1. Єдина верхня границя допуску

Пробивна напруга V_b для певного типу діода Зенера повинна бути не більше, ніж 5,4 В. Для діоду, що задовольняє технічні умови, V_b лежить у відкритому інтервалі $V_b \leq 5,4$ В.

ПРИКЛАД 2. Єдина нижня границя допуску

Металевий контейнер для безалкогольних напоїв повинен мати опір продавлювання B не менше 490 кПа. Відповідні значення B лежать у відкритому інтервалі $B \geq 490$ кПа.

ПРИКЛАД 3. Явні верхня і нижня границі допуску

Гиря 1 кг клас E₁ OIML [25] повинна мати максимально допустиму похибку (MPE) 500 мкг. Це означає, що маса гирі m повинна бути не менше, ніж 0,999 999 5 кг і не більше, ніж 1,000 000 5 кг. Відповідна гиря 1 кг є такою, для якої похибка маси $E = m - m_0$, з $m_0 = 1$ кг, лежить в інтервалі $-500 \text{ мкг} \leq E \leq 500 \text{ мкг}$.

ПРИКЛАД 4. Явна верхня границя допуску і нижня, що припускається

Законодавство захисту навколишнього середовища вимагає, щоб масова концентрація ртуті X у промислових стічних водах, була не більше 10 нг/л, яка є явною верхньою границею допуску. Оскільки масова концентрація не може бути менше нуля, то нижня границя допуску, що припускається, дорівнює 0 нг/л. Зразок стічних вод відповідає вимогам, якщо масова концентрація ртуті в зразку знаходиться в інтервалі $0 \text{ нг/л} \leq X \leq 10 \text{ нг/л}$.

ПРИКЛАД 5. Явна нижня границя допуску і верхня, що припускається

Порошкоподібний бензойно-кислий натрій, який використовується в якості харчового консерванту, повинен мати чистоту P , що виражена як масова доля на сухій основі у відсотках, не менше 99,0 %, що є явною нижньою границею допуску. Чистота не може бути більше 100%, яка є верхньою границею допуску, що припускається. Відповідний зразок бензойно-кислого натрію є той, для якого зразок чистоти знаходиться в інтервалі $99,0\% \leq P \leq 100\%$.

6. Знання про вимірювану величину**6.1 Імовірність та інформація**

6.1.1 У вимірюваннях, виконаних як частина оцінки відповідності, знання про властивість, яка цікавить (вимірюваної величини) моделюється за допомогою умовної функції густини ймовірності (PDF), форма якої залежить від доступної інформації. Така інформація завжди складається з двох компонентів: інформації, яка доступна перед виконанням вимірювання (так звана попередня інформація), а також додаткової інформації, отриманої від вимірювання [38].

6.1.2 PDF властивості, що цікавить (вимірюваної величини) кодує і передає довіру щодо його можливих значень, враховуючи певний рівень знань. Погано відома вимірювана величина, як правило, має широку PDF відносно вимог оцінки відповідності, показуючи широкий інтервал можливих значень, сумісний з недостатньою інформацією. Виконання вимірювання надає свіжу інформацію, яка служить для загострення PDF та звуження інтервалу можливих значень вимірюваної величини.

6.1.3 Таким чином, дія вимірювання - це оновлення стану знань до вимірювання (або попереднього), отримуючи стан знань після вимірювання, що включає дані вимірювання. Правило цього перетворення називається теоремою Байєса, а основні математичні основи відомі як Байєсівська теорія ймовірності. У цьому документі результати цих основ використовуються без детальних розкладів або доказів. Необхідна література доступна, наприклад, в посиланнях [4, 5, 16, 26, 27, 39].

6.2 Теорема Байєса

6.2.1 В оцінці відповідності, вимірна властивість Y об'єкту, що цікавить, розглядається як випадкова змінна з можливими значеннями, що позначається як η . Перед вимірюванням Y , обґрунтована довіра до її можливих значень характеризується попередньою (до вимірювань) PDF $g_0(\eta)$, форма якої не залежить від вимірювальної системи (див. розділ 4.9).

6.2.2 Часто попередня PDF $g_0(\eta)$ присвоюється на основі знань, отриманих від попередніх вимірювань аналогічних об'єктів. Методи присвоєння попередньої PDF властивості об'єкту, що вимірюється, обговорюються в Додатку Б.

6.2.3 У типовому інспекційному вимірюванні, величина Y вимірюється за допомогою процедури, яка створена для забезпечення достатньої інформації для оцінки відповідності встановленим вимогам.

ПРИМІТКА 1. Однакове позначення використовується для величини і для випадкової змінної, що представляє цю величину (див. [GUM 4.1.1 примітка 1]).

ПРИМІТКА 2. Керівництво щодо приписання PDF в загальних ситуаціях наводиться в JCGM 101:2008 та в Додатку Б.

6.2.4 Вихідним значенням вимірювальної системи є величина, яка розглядається як випадкова змінна Y_m з можливими значеннями, що позначаються як η_m . Вимірювання Y дає конкретну реалізацію, *значення вимірюваної величини* η_m (див. пункти 3.2.6 і 4.4) і в результаті наступна (після вимірювання) PDF для Y з урахуванням цієї нової інформації, записується як:

$$g(\eta | Y_m = \eta_m) =: g(\eta | \eta_m)$$

6.2.5 Попередня і наступна PDF пов'язані теоремою Байєса

$$g(\eta | \eta_m) =: C g_0(\eta) h(\eta_m | \eta), \quad (1)$$

де: η_m - дане вимірюване значення, C – константа, обрана так, що $\int_{-\infty}^{\infty} g(\eta | \eta_m) d\eta = 1$. Член $h(\eta_m | \eta)$ у виразі (1) – це PDF для можливих значень Y_m , маючи деяке конкретне значення $Y = \eta$ вимірюваної величини.

6.2.6 Виражена як функція η для вимірюваного значення η_m , PDF $h(\eta_m | \eta)$ називається вірогідністю η , за відомої η_m , і записується як:

$$h(\eta_m | \eta) =: \mathcal{L}(\eta; \eta_m).$$

Вимірювання можна розглядати в термінах стимулу і реакції або в термінах вхідних і вихідних величин. З цієї точки зору, функція вірогідності $\mathcal{L}(\eta; \eta_m)$ характеризує розподіл ймовірних стимулів або вхідних величин (значення η), які можуть призвести до спостережуваної реакції або вихідної величини (виміряне значення η_m).

6.2.7 Форма функції вірогідності буде залежати від конкретної проблеми вимірювання і вимірювальної системи, як описано в математичній моделі, а також від іншої відповідної інформації, такої як історичні дані, калібрувань приладу і результати вимірювань каліброваних артефактів або стандартних зразків, а також від досвіду у подібних системах. У багатьох випадках, що представляють практичний інтерес, функцію вірогідності можна охарактеризувати через нормальний (Гауссівський) розподіл.

6.2.8 Теорема Байєса показує як отримати наступний (після вимірювання) рівень знань від поєднання попередньої (до вимірювання) інформації, що закодована в попередньому розподілі, та інформації, отриманої від вимірювання, та яка представлена функцією вірогідності.

6.2.9 У багатьох випадках вимірювальну систему використовують для того, щоб доповнювати відносно мізерні попередні знання про вимірювану величину точною інформацією про вимірювання. У такому випадку, апостеріорний (після вимірювання) рівень знань про PDF в основному визначається через функцію вірогідності (кодування інформації вимірювання), тобто для близького наближення:

$$g(\eta | \eta_m) =: Ch(\eta_m | \eta),$$

де C - константа.

6.3 Зведена інформація

6.3.1 Найкраща оцінка і стандартна непевність

Часто результат вимірювання підсумовується шляхом надання оцінки вимірюваної величини і параметра, що характеризує дисперсію ймовірних значень цієї оцінки. У цьому документі, оцінка у властивості Y , приймається як *очікування* $E(Y|\eta_m)$ (див. 3.1.5). Відповідний параметр дисперсії $u(y)=u$, що називається стандартна непевність, приймається як *стандартне відхилення* Y (див. 3.1.7), позитивний квадратний корінь *дисперсії* (див. 3.1.6) $V(Y|\eta_m)$. $E(Y|\eta_m)$ та $V(Y|\eta_m)$ отримуються шляхом:

$$E(Y | \eta_m) = y = \int_{-\infty}^{\infty} \eta g(\eta | \eta_m) d\eta, \quad V(Y | \eta_m) = u^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y)^2 g(\eta | \eta_m) d\eta.$$

6.3.1.1 Стандартна непевність u характеризує дисперсію Y оцінки y . Коли PDF для Y має один максимум (унімодальна) і є симетричною, то оцінка y є також найбільш ймовірним значенням Y , тобто видом розподілу.

6.3.1.2 Для вимірювання, що аналізується відповідно до JCGM 100:2010 (GUM), оцінка даних вимірювання надає оцінку вимірюваної величини (значення вимірюваної величини) η_m і відповідну стандартну непевність u_m . Попередня інформація вважається настільки недостатньою, що PDF після вимірювання $g(\eta | \eta_m)$ можна підсумувати шляхом оцінки $y = \eta_m$ та пов'язаної стандартної непевності $u = u_m$ (див. розділ 7.6.1).

6.3.2 Інтервали охоплення

6.3.2.1 Після вимірювання імовірність того, що Y не перевищує задане значення a :

$$\Pr(Y \leq a | \eta_m) = G(a) = \int_{-\infty}^a g(\eta | \eta_m) d\eta,$$

де $G(z) = \int_{-\infty}^z g(\eta | \eta_m) d\eta$ - функція розподілу Y , за даного η_m .

6.3.2.2 Звідси випливає, що ймовірність p того, що Y знаходиться в інтервалі $[a,b]$, де $a < b$:

$$p = \Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \int_a^b g(\eta | \eta_m) d\eta = G(b) - G(a), \quad (2)$$

6.3.2.3 Інтервал, такий як $[a,b]$ називається інтервалом охоплення для Y , а p – це відповідна ймовірність охоплення. Керівництво щодо побудови інтервалу охоплення із бажаною

ймовірністю охоплення, включаючи в себе випадок дискретного наближення до функції розподілу, отриманого методом Монте-Карло, надається в JCGM 101:2008.

6.3.2.4 Коли PDF для Y симетрична і унімодальна, то важливий та широко використовуваний інтервал охоплення центрується на найкращій оцінці y та має довжину, що дорівнює кратному числу стандартної непевності u . GUM визначає додаткову міру непевності, яка називається розширеною непевністю, U , що отримується шляхом множення стандартної непевності u на коефіцієнт охоплення k :

$$U = ku \quad (3)$$

6.3.2.5 Коефіцієнт охоплення обирається для того, щоб досягти бажаної ймовірності охоплення, що пов'язана з інтервалом охоплення $[y - U, y + U]$. Співвідношення між k та відповідною ймовірністю охоплення залежить від PDF для Y .

ПРИМІТКА 1. Інтервал охоплення типу $[y - U, y + U]$ іноді називається інтервалом непевності, як в ISO 10576-1:2003 3.7 [22].

ПРИМІТКА 2. Якщо PDF для Y є асиметричною, може бути доречнішим визначити найкоротший інтервал охоплення для заданої ймовірності охоплення. Див JCGM 101:2008 5.3.4. для вказівок щодо цього розрахунку.

7. Ймовірність відповідності встановленим вимогам

7.1 Загальне правило розрахунку ймовірності відповідності

7.1.1 Об'єкт відповідатиме встановленим вимогам, якщо істинне значення його відповідної властивості Y буде знаходитись в інтервалі допуску. Знання про Y виражається через PDF $g(\eta|\eta_m)$, таким чином заява про відповідність завжди надається з деякою ймовірністю, що це насправді так. Позначимо набір допустимих (відповідних) значень Y за C , тоді ймовірність відповідності, що позначається як p_c , отримується шляхом:

$$p_c = Pr(Y \in C|\eta_m) = \int_C g(\eta|\eta_m) d\eta \quad (4)$$

7.1.2 Вираз (4) дає загальне правило для обчислення ймовірності того, що об'єкт відповідає встановленим вимогам на основі вимірювання відповідної властивості об'єкта. Враховуючи двосторонній інтервал допуску для вимірюваної величини Y , наприклад, з нижньою границею T_L і верхньою границею T_U , $C = [T_L, T_U]$, ймовірність відповідності становить:

$$p_c = \int_{T_L}^{T_U} g(\eta|\eta_m) d\eta$$

7.1.3 Оскільки об'єкт або відповідає, або не відповідає встановленим вимогам, ймовірністю того, що він не відповідає є:

$$\bar{p}_c = 1 - p_c$$

7.2 Ймовірність відповідності з нормальними PDF

7.2.1 Ймовірність відповідності залежить від рівня знань про вимірювану величину Y , закодовану і виражену через PDF $g(\eta|\eta_m)$. У багатьох випадках доцільно характеризувати знання про Y через *нормальний розподіл* (див. 3.1.4) і цю ймовірність можна обчислити. Якщо апіорний розподіл є нормальним, а вимірювальна система (наприклад, функція подібності) характеризується нормальним розподілом, тоді розподіл $g(\eta|\eta_m)$ також є нормальним розподілом.

7.2.2 В більш загальному випадку, якщо функція подібності характеризується нормальним розподілом і попередня інформація є мізерною, то апостеріорна PDF (повторне вимірювання) буде приблизно нормальною. У такому випадку, $g(\eta|\eta_m)$ може бути достатньо наближеною через нормальний розподіл до математичного очікування (середнього значення), а стандартне відхилення, отримується шляхом найкращої оцінки y і стандартна непевність u обчислюється як в п. 6.3.1.

ПРИМІТКА 1. Нормальний розподіл повністю визначається його очікуванням (середнім значенням) і стандартним відхиленням.

ПРИМІТКА 2. Деякі властивості нормальних PDF розглядаються в Додатку А.

7.2.3 Через їх відомість та широке застосування нормальні PDF, у багатьох прикладах цього документу будуть використовуватися для зображення розрахунку ймовірностей відповідності. Такі розрахунки можна застосувати у випадку, де невелика кількість показів призводить до нормованого і зміщеного t -розподілу (див. JCGM 101:2008 6.4.9).

7.2.4 Припустимо, що PDF $g(\eta|\eta_m)$ для вимірюваної величини Y - це нормальний розподіл (або добре апроксимується), який виражений найкращою оцінкою (очікуванням) y і стандартною непевністю (стандартним відхиленням) u . Тоді $g(\eta|\eta_m)$ отримується шляхом:

$$g(\eta|\eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta-y}{u}\right)^2\right] =: \varphi(\eta; y, u^2) \quad (5)$$

7.2.5 У цілому, оцінка y залежить від η_m , тобто $y = y(\eta_m)$. Коли знання про Y є недостатніми перед вимірюванням, то зазвичай $y \approx \eta_m$; див. п. А.4.4. для прикладу, коли це незастосовно.

7.2.6 За кроками, що ведуть від виразу (2), ймовірність того, що Y лежить в інтервалі $[a, b]$, враховуючи PDF (5), це:

$$p = Pr(a \leq Y \leq b|\eta_m) = \Phi\left(\frac{b-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{u}\right), \quad (6)$$

де $y = y(\eta_m)$ та

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2/2) dt,$$

є функцією стандартного нормального розподілу (див. Додаток А).

7.3 Односторонні інтервали допуску з нормальними PDF

7.3.1 Єдина нижня границя допуску

На Рисунок 3 показано односторонній інтервал допуску з єдиною нижньою границею допуску T_L . Відповідні значення властивості даної Y знаходяться в інтервалі $\eta \geq T_L$. Знання про Y після інспекційних вимірювань виражається через нормальну PDF, яка накладається на інтервал допуску. Найкраща оцінка y знаходиться в інтервалі допуску; виділена кольором область зліва T_L вказує на ймовірність того, що об'єкт не відповідає встановленим вимогам. З виразу (6), коли $a = T_L$, $b \rightarrow \infty$, враховуючи, що $\Phi(\infty) = 1$, ймовірність відповідності буде дорівнювати:

$$p_c = 1 - \Phi\left(\frac{T_L - y}{u}\right) \quad (7)$$

Коли $\Phi(t) + \Phi(-t) = 1$, то ймовірність (7) можна записати як:

$$p_c = \Phi\left(\frac{y - T_L}{u}\right) \quad (8)$$

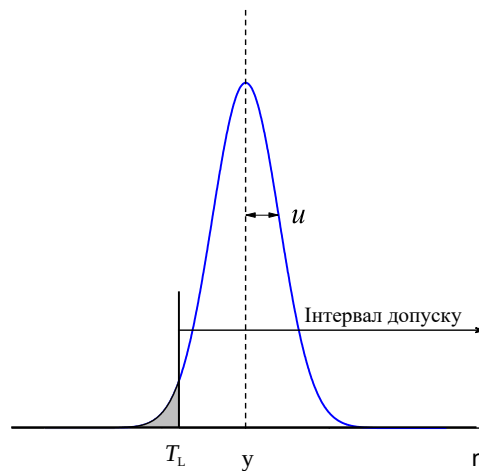


Рисунок 3. Інтервал допуску з єдиною нижньою границею допуску T_L . Знання про величину Y (вимірні властивості об'єкту) наступного вимірювання характеризується нормальною PDF з найкращою оцінкою y та відповідною стандартною непевністю u . Відповідні значення Y лежать в інтервалі $\eta \geq T_L$

7.3.2 Єдина верхня границя допуску

На Рисунок 4 показано нормальну PDF, яка накладається на односторонній інтервал допуску з єдиною верхньою границею допуску T_U . Відповідні значення властивості об'єкту Y знаходяться в інтервалі $\eta \leq T_U$. У цьому випадку, затемнена область справа T_U вказує на ймовірність того, що об'єкт не відповідає встановленим вимогам. З виразу (6), коли $a \rightarrow \infty$, $b = T_U$, враховуючи, що $\Phi(-\infty) = 0$, ймовірність відповідності буде дорівнювати:

$$p_c = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u}\right) \quad (9)$$

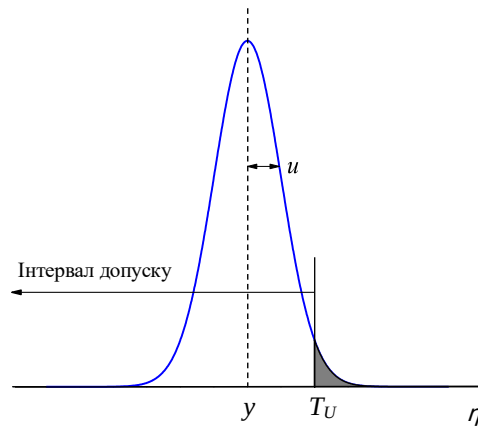


Рисунок 4 – Такий же як Рисунок 3, проте з єдиною верхньою границею допуску T_U . Відповідні значення Y знаходяться в інтервалі $\eta \leq T_U$.

7.3.3 Загальний підхід з єдиними границями допуску

Ймовірності (8) і (9) мають однакову форму та їх можна записати як:

$$p_c = \Phi(z) \quad (10)$$

де $z = (y - T_L)/u$ для нижньої границі та $z = (T_U - y)/u$ для верхньої границі. В обох випадках p_c більша або дорівнює $1/2$ оцінки y в інтервалі допуску ($z \geq 0$) та менша, ніж $1/2$ в протилежному випадку. У таблиці 1 наведені значення z для декількох значень ймовірності відповідності p_c .

Таблиця 1 - Ймовірності відповідності (p_c) та невідповідності ($\bar{p}_c = 1 - p_c$) для односторонніх інтервалів допуску і нормальних PDF. Для нижньої границі, $z = (y - T_L)/u$; для верхньої границі $z = (T_U - y)/u$. В обох випадках $z \geq 0$ для оцінки y в інтервалі допуску.

p_c	$\bar{p}_c$	z
0,80	0,20	0,84
0,90	0,10	1,28
0,95	0,05	1,64
0,999	0,001	3,09

ПРИКЛАД 1. Пробивна напруга V_b зенерського діода вимірюється, отримуючи найкращу оцінку $v_b = -5,47$ В з відповідною стандартною непевністю $u = 0,05$ В. У технічних вимогах діодів вимагається, щоб $V_b \leq -5,40$ В, яка є верхньою границею пробивної напруги. Тоді $z = [-5,40 - (-5,47)]/0,05 = 1,40$ і з виразу (10) слідує $p_c = \Phi(1,40) = 0,92$. Ймовірність того, що діод задовольняє специфікації становить 92%.

ПРИКЛАД 2. Металевий контейнер деструктивно випробовується шляхом вимірювання його опору продавлювання B , використовуючи воду під тиском. Вимірювання дає найкращу оцінку $b = 509,7$ кПа зі стандартною непевністю $u = 8,6$ кПа. У технічних вимогах до контейнера вимагається, щоб $B \geq 490$ кПа, яка є нижньою границею опору продавлювання. Тоді $z = (509,7 - 490)/8,6 = 2,3$, а з виразу (10) слідує $p_c = \Phi(2,3) = 0,99$. Ймовірність, що контейнер відповідає технічним вимогам неруйнівного контролю становить 99%.

7.4 Двосторонні інтервали допуску з нормальними PDF

На Рисунку 5 показано двосторонній інтервал допуску з границями допуску T_L і T_U та довжиною $T = T_U - T_L$, визначаючи допуск T . Як і раніше, знання про вимірювану величину Y можна виразити через нормальну PDF. Оцінка y знаходиться в інтервалі допуску, а за межами верхньої границі допуску є видима частка ймовірності в області $\eta > T_U$.

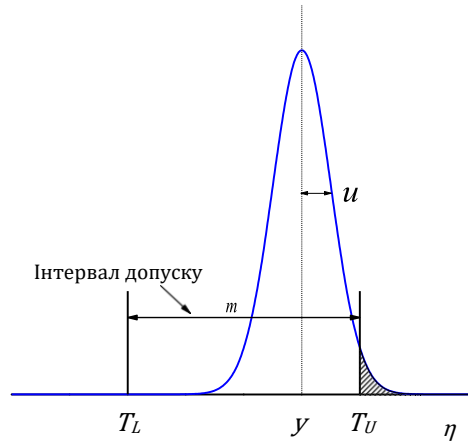


Рисунок 5 - Такий же як і Рисунок 3, проте з двостороннім інтервалом допуску. Довжина $T_U - T_L$ інтервалу дорівнює допуску T . Відповідні значення Y знаходяться в інтервалі $T_L \leq \eta \leq T_U$.

Використовуючи вираз (6) з $b = T_U$ і $a = T_L$ отримуємо ймовірність відповідності:

$$p_c = \Phi\left(\frac{T_U - y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{T_L - y}{u}\right) \quad (11)$$

ПРИКЛАД. Зразок моторного масла SAE Grade 40 повинен мати кінематичну в'язкість Y при 100 °C не менше, ніж 12,5 мм²/с і не більше, ніж 16,3 мм²/с. Кінематична в'язкість зразка вимірюється при 100 °C, що дає найкращу оцінку $y = 13,6$ мм²/с і відповідну стандартну непевність $u = 1,8$ мм²/с. З виразу (11) формуються величини:

$$(T_U - y)/u = (16,3 - 13,6)/1,8 = 1,5; \quad (T_L - y)/u = (12,5 - 13,6)/1,8 = -0,6;$$

таким чином

$$p_c = \Phi(1,5) - \Phi(-0,6) = 0,93 - 0,27 = 0,66.$$

Ймовірність того, що зразок моторного масла відповідає технічним вимогам складає 66%.

7.5 Ймовірність відповідності та інтервали охоплення

7.5.1 Результат вимірювання можна підсумувати за допомогою інтервалу охоплення з відповідною ймовірністю охоплення (див. розділ 6.3.2) замість явної PDF для вимірюваної величини Y . В такому випадку, твердження про ймовірність відповідності може бути зроблено шляхом порівняння інтервалу охоплення з інтервалом допуску. Якщо інтервал охоплення з ймовірністю охоплення p повністю знаходиться в межах інтервалу допуску, то p_c не може бути меншою, ніж p . Це спостереження показано на Рисунку 6, на якому показані два інтервали охоплення 95% біля верхньої границі допуску.

7.5.2 Інтервал (a) виходить за границі допуску і, не знаючи форму PDF для Y , не можливо зробити твердження про ймовірність відповідності.

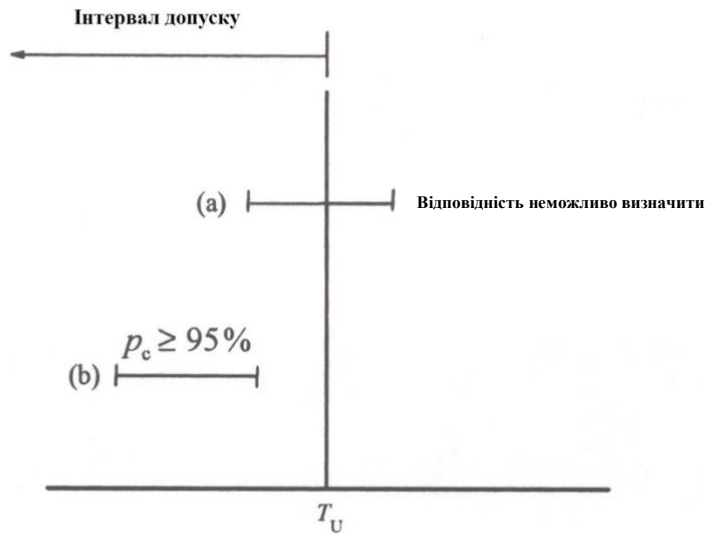


Рисунок 6. Два інтервали охоплення 95 % для Y біля верхньої границі T_U . Інтервал (a) виходить за границі допуску, а відповідність не можна визначити без знання PDF для Y . Інтервал (b) повністю лежить в межах інтервалу допуску; для цього інтервалу $p_c \geq 95\%$.

7.5.3 Всі значення в інтервалі (b) менші, ніж інтервал допуску і є відповідні значення Y , які не відносяться до цього інтервалу, таким чином $p_c \geq 95\%$.

7.5.4 Взагалі, якщо $[\eta_{low}, \eta_{high}]$ - це інтервал охоплення для Y з ймовірністю охоплення p , то:

- для єдиної верхньої границі допуску T_U , $p_c \geq p$, якщо $\eta_{high} \leq T_U$;
- для єдиної нижньої границі допуску T_L , $p_c \geq p$, якщо $\eta_{low} \geq T_L$;
- для двостороннього інтервалу з верхньою і нижньою границями допуску T_U та T_L , $p_c \geq p$, якщо $\eta_{low} \geq T_L$ і $\eta_{high} \leq T_U$.

ПРИМІТКА 1. Порівняння інтервалу охоплення досліджуваної властивості з інтервалом допустимих значень, є основою для прийняття рішення про відповідність технічним вимогам, як описано в ISO 10576-1 [22].

ПРИМІТКА 2. За наданої PDF для Y завжди можна обчислити ймовірність відповідності. PDF для вимірюваної величини несе в собі більше інформації, ніж інтервал охоплення з відповідною ймовірністю охоплення.

ПРИМІТКА 3. Коли здійснюють оцінку відповідності засобу вимірювань, особливо, коли оцінка регулюється певними стандартами, то визначення вимірюваної величини, а отже й оцінка непевності, можуть бути непростими та вимагати особливої уваги.

7.6 Показник вимірjuвальної здатності C_m

7.6.1 Розглянемо випадок, де попередньої інформації настільки мало, що знання про можливі значення вимірюваної властивості Y повністю можна брати з вимірювання. У такому випадку, якщо розподіл для Y припускається у виді нормальної PDF $g(\eta|\eta_m) = \phi(\eta; u, u^2)$, тоді $u \approx \eta_m$ та $u \approx u_m$ (див. п. А.4.4.3). У наступних підпунктах передбачається, що в цьому випадку результат вимірювання буде підсумований двома параметрами $(\eta_m; u_m)$, взятих за очікування і стандартне відхилення нормальної PDF.

7.6.2 Параметр, який характеризує якість вимірювання відносно вимог, встановлених допуском, називається *показником вимірjuвальної здатності* (див. п. 3.3.17), що визначається шляхом:

$$C_m = \frac{T_U - T_L}{4u_m} = \frac{T}{4u_m} = \frac{T}{2U}, \quad (12)$$

де $U = 2u_m$ - розширена непевність з коефіцієнтом охоплення $k = 2$.

7.6.3 Коефіцієнт 4 у виразі (12) є довільним; у звітності результату вимірювань конкретний вибір обумовлюється широким використанням інтервалу охоплення $[\eta_m - 2u_m, \eta_m + 2u_m]$. У випадку, де $g(\eta|\eta_m)$ є нормальною PDF, ймовірність охоплення для такого інтервалу дорівнює приблизно 95 %.

7.6.4 Існує тісний зв'язок між C_m і іншими похідними параметрами, які були використані для охарактеризування якості вимірювань в різних контекстах. Серед них є: співвідношення вимірювання, правило вимірювання виробника, співвідношення непевності випробування (TUR) [32] і співвідношення точності випробування (TAR) [1]. Такі параметри, як правило, затверджуються у формі співвідношення, наприклад, правило 10-до-1 або TUR 4:1. З іншої сторони, визначення (12) роз'яснює, що твердження, таке як $C_m \geq 4$ означає, що $u_m \leq T/16$.

7.6.5 Часто при калібруванні або повірці засобу вимірювань встановлені вимоги виражаються на основі *максимально допустимої похибки (показу)* (див. п.3.3.18). Така вимога означає, що, коли прилад використовується для вимірювання величини Y , то похибка показу повинна знаходитись в інтервалі, який визначений встановленими верхньою і нижньою границями. У загальному випадку симетричного інтервалу $[-E_{max}, E_{max}]$, допуск $T = 2E_{max}$ і, а показник вимірjuвальної здатності:

$$C_m = \frac{2E_{max}}{2U} = \frac{E_{max}}{U}.$$

У цьому виразі U - це розширена непевність для коефіцієнта охоплення $k = 2$, яка пов'язана з вимірюванням похибки показу приладу.

7.7 Показник вимірjuвальної здатності та ймовірність відповідності

7.7.1 Для нормальної PDF вираз (11) надає ймовірність відповідності p_c на основі окремої пари границь допуску (T_L, T_U) та окремого результату вимірювання, підсумованого за (y, u) .

Беручи $y = \eta_m$ та $u = u_m$ цей вираз можна переписати у відповідній формі для загальної задачі вимірювання, шляхом визначення величини:

$$\tilde{y} = \frac{\eta_m - T_L}{T}. \quad (13)$$

Для оцінки η_m в інтервалі допуску $\tilde{y}$ лежить в інтервалі $0 \leq \tilde{y} \leq 1$.

7.7.2 Для нормальної поствимірювальної PDF $\varphi(\eta; \eta_m, u_m^2)$ вираз (11) можна записати, використовуючи вирази (12) і (13):

$$p_c = \Phi[4C_m(1 - \tilde{y})] - \Phi(-4C_m\tilde{y}) = p_c(\tilde{y}, C_m), \quad (14)$$

Таким чином p_c – повністю визначається двома величинами $\tilde{y}$ та C_m .

7.7.3 Часто буває, що стандартна непевність u_m , яка пов'язана з оцінкою η_m , має фіксоване значення, яке залежить від побудови вимірювальної системи, але не залежить від η_m . Наприклад, можуть інспектуватись серії проб води для кожного зразка, щоб визначити концентрацію розчиненої ртуті, використовуючи методику вимірювань, яка дає різні оцінки, кожна з яких має однакову стандартну непевність u_m . В такому випадку фіксується показник вимірювальної здатності $C_m = T/4u_m$, і рішення про те чи виміряна властивість відповідає специфікаціям з прийнятною вірогідністю, може бути прийнято на основі оцінки η_m за допомогою виразів (13) і (14) з фіксованим C_m .

ПРИМІТКА. Випадок, коли стандартна непевність u_m пропорційна оцінці η_m розглядається в [13, додаток A].

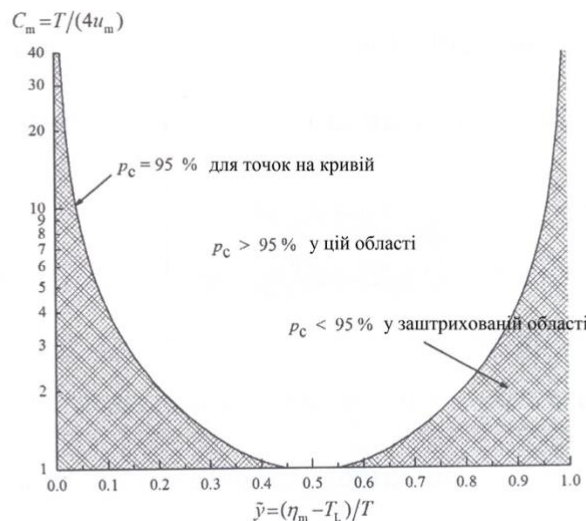


Рисунок 7. Показник вимірювальної здатності $C_m = T/4u_m$ в порівнянні з $\tilde{y} = \frac{(\eta_m - T_L)}{T}$, який показує місце константи 95% ймовірності відповідності p_c . Крива розділяє області відповідності і невідповідності на рівні довіри 95%. Післявимірювальний розподіл вимірюваної величини Y формуватиме нормальну PDF $\varphi(\eta; \eta_m, u_m^2)$.

7.7.4 Існує нескінченне число пар $(\tilde{y}, C_m)$, які надають обумовлену ймовірність відповідності p_c за допомогою виразу (14). На рисунку 7 показано C_m в порівнянні з $\tilde{y}$ уздовж кривої константи ймовірності відповідності 95% оцінки η_m в межах інтервалу допуску $0 \leq \tilde{y} \leq 1$.

Крива розділяє області відповідності (незаштриховані) і невідповідності (заштриховані) при рівні довіри 95%.

7.7.5 На Рис. 7 горизонтальна вісь відповідає $C_m = 1$ або $u_m = T/4$. Для цієї відносно великої стандартної непевності $p_c \geq 95\%$ можна побачити лише для $0,45 \leq \hat{y} \leq 0,55$. Якщо для відповідності специфікаціям необхідно, щоб виміряна властивість мала рівень довіри принаймні 95%, то таким чином, прийнятна оцінка η_m повинна лежати в центрі приблизно на 10% від інтервалу допуску.

8. Інтервали прийняття

8.1 Границі прийняття

8.1.1 Рішення про те чи прийняти об'єкт як відповідний чи відхилити його як невідповідний згідно специфікацій, базується на виміряному значенні властивості об'єкту η_m по відношенню до встановленого правила прийняття рішення, яке визначає роль непевності вимірювання у формуванні критеріїв прийняття. Інтервал вимірюваних значень властивості, що призводить до прийняття об'єкта, називається *інтервалом прийняття* (див. 3.3.9), який визначається однією або двома *границями прийняття* (див. 3.3.8).

8.1.2 Як зазначається у вступній частині, границі прийняття і відповідні правила прийняття рішення вибираються таким чином, щоб управляти небажаними наслідками хибних рішень. Є цілий ряд широко застосовних правил прийняття рішень, які прості в реалізації. Їх можна застосовувати, коли знання про властивість об'єкта узагальнюються на основі найкращої оцінки і відповідного інтервалу охоплення. Два таких правила прийняття рішень описані в наступних підрозділах.

8.2 Правило прийняття рішення на основі простого прийняття

8.2.1 Важливе і широко застосовне правило прийняття рішення, відоме як просте прийняття [2] або спільний ризик [20]. За таким правилом, виробник і користувач (споживач) результату вимірювання погоджується, явно чи неявно, прийняти як відповідний (або інакше відхилити) об'єкт, властивість якого має вимірюване значення в інтервалі допуску. Як впливає з альтернативної назви «спільний ризик», за простим правилом прийняття рішення виробник і споживач розподіляють наслідки хибних рішень.

8.2.2 На практиці, задля збереження шансів прийняття хибних рішень на рівні, прийнятному як для виробника, так і споживача, як правило, існує вимога, щоб непевність вимірювання була розглянута та визнана прийнятною для визначеної мети .

8.2.3 Один з підходів такого розгляду полягає в тому, щоб, враховуючи оцінку вимірюваної величини, вимагати, щоб відповідна розширена непевність U для коефіцієнта охоплення $k = 2$ задовольняла $U \leq U_{\max}$, де $U_{\max}$ є взаємно узгоджена максимально прийнятна розширена непевність. Наступний приклад описує цей підхід.

ПРИКЛАД. У законодавчо регульованій метрології [40] при повірці засобів вимірювань використовувалось правило прийняття рішення на основі простого прийняття. Розглянемо такий прилад, який повинен мати похибку показу в інтервалі $[-E_{\max}, E_{\max}]$. Прилад приймається як такий, що відповідає встановленим вимогам, якщо він відповідає таким критеріям:

(а) у вимірюванні каліброваним еталоном, найкраща оцінка e похибки приладу показу E задовольняє:

$$|e| \leq E_{\max}, \text{ та}$$

(b) розширена непевність, що пов'язана з оцінкою e за коефіцієнта охоплення $k = 2$, задовольняє:

$$|e| \leq E_{\max} / 3.$$

На основі показника вимірювальної спроможності, критерій (b) еквівалентний $C_m \leq 3$ (див. розділ 7.6).

8.2.4 Інше практичне правило щодо прийняття рішення впливає з того, що називають «методом точності», що описаний у Guide 115 ІЕС [19]. У цьому підході використовується добре охарактеризований метод випробування, а джерела непевності зводяться до мінімуму (а) використанням засобів вимірювань з максимально допустимими похибками у межах заданих границь, (б) впливами довкілля, такими як температура і відносна вологість, які підтримуються в межах заданих границь, (в) добре задокументованим контролем лабораторних процедур, і (г) добре задокументованою компетенцією персоналу з вимірювань.

8.2.5 За допомогою контролю джерел мінливості в межах встановлених границь, непевність вимірювання, пов'язана з найкращою оцінкою вимірюваної величини вважається незначною, явно не оцінюється і не грає ніякої ролі у рішенні прийняття / відхилення об'єкта. Підхід Процедури 2 Guide 115 ІЕС («метод точності») формалізує поточну практику електротехнічних випробувальних лабораторій у використанні найсучаснішого вимірювального обладнання і рутинних, добре встановлених методів випробувань.

8.2.6 Залежно від відносної ширини інтервалу допуску і інтервалу охоплення, просте або аналогічне правило прийняття рішення, часто може підтримувати цілі якості вимірювань і калібрувань, що виконані для підтримки оцінки відповідності.

8.3 Правило прийняття рішення на основі захисних смуг

8.3.1 Загальні міркування

8.3.1.1 Прийняття або відхилення об'єкта, коли вимірюване значення його властивості близьке до границі допуску, може завершитись прийняттям хибного рішення і призвести до небажаних наслідків. У випадку єдиної верхньої границі допуску такі хибні рішення, як правило, є двох видів [показано на Рисунку 8, результати (б) і (в)].

8.3.1.2 При правилі прийняття рішення, що базується на простому прийнятті та загальному випадку симетричної унімодальної PDF (такої, як нормальний розподіл) для вимірюваної величини, імовірність прийняття невідповідного об'єкта [Рис. 8, (б)] або відхилення відповідного об'єкта [Рис. 8, (в)] може досягати 50 %. Це може статися, наприклад, якщо вимірюване значення властивості буде лежати дуже близько до границі допуску. У такому випадку близько 50 % PDF для вимірюваної величини лежатиме по обидві сторони від границі, таким чином існуватиме ймовірність 50 % хибного рішення у разі чи об'єкт приймається, чи відхиляється.

8.3.1.3 Стратегія щодо прийняття рішення про відповідність, за якої будь-яка з цих ймовірностей може бути зменшена за рахунок збільшення іншої, обираючи границі прийняття, що зміщені від границь допуску, називається встановлення захисних смуг; див. посилання [6, 7, 8, 9, 12, 17, 44].

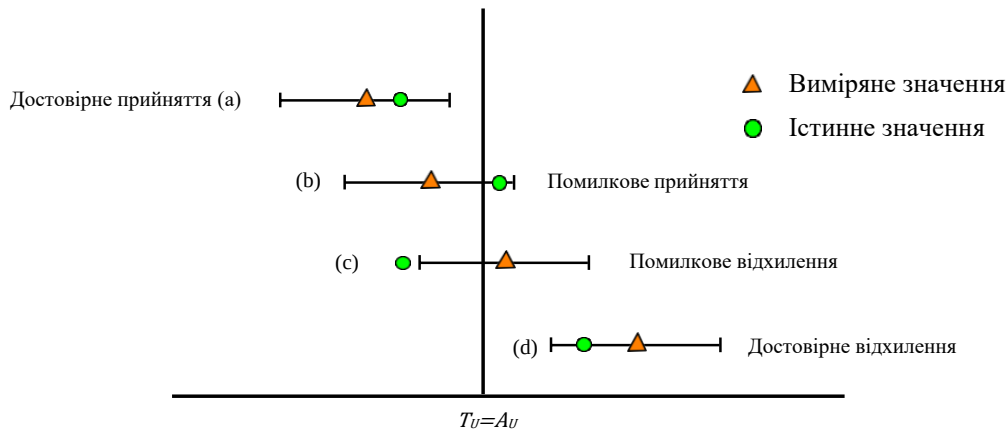


Рисунок 8. Просте правило прийняття рішення біля верхньої границі допуску T_U з чотирма інтервалами охоплення 95%. Для такого правила прийняття рішення границя прийняття A_U збігається з границею допуску. Рішення щодо прийняття або відхилення об'єктів, що інспектуються, базуються на вимірних значеннях (трикутники); істинні значення (круги) не можуть бути відомими. Випадки (b) і (c) призводять до неправильних рішень, що відповідно називаються помилковим прийняттям і помилковим відхиленням (див. розділ 9.3.2). У випадку (c) істинне значення вимірюваної величини лежить (несвідомо) за межами інтервалу охоплення 95%.

8.3.2 Захищене прийняття

8.3.2.1 Ризик прийняття невідповідного об'єкту може бути зменшений шляхом встановлення границі прийняття A_U всередині інтервалу допуску, як показано на Рисунку 9. Інтервал, визначений T_U і A_U , називається *захисна смуга* (див. 3.3.11), а також підсумкове правило прийняття рішення називається захищене прийняття.

ПРИМІТКА. Захищене прийняття також відоме як переконливе прийняття [2] і позитивна відповідність для прийняття [18].

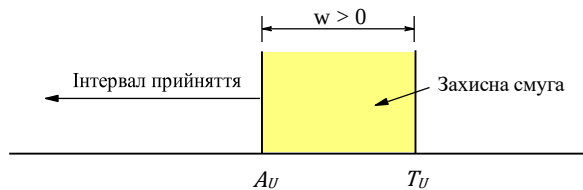


Рисунок 9. Правило прийняття рішення на основі захищеного прийняття. Верхня границя прийняття A_U всередині верхньої границі допуску T_U визначає інтервал прийняття, що знижує ймовірність хибного прийняття невідповідного об'єкту (ризик споживача). Як прийнято, параметр довжини w , що пов'язаний з захисною смугою захищеного прийняття, береться як: $w = T_U - A_U > 0$.

8.3.2.2 Різниця між границею допуску та відповідною границею прийняття визначає параметр довжини w для захисної смуги, а саме:

$$w = T_U - A_U.$$

Для правила прийняття рішень стосовно захищеного прийняття: $w > 0$.

8.3.2.3 У багатьох застосуваннях, параметр довжини w береться як кратне число розширеної непевності для коефіцієнта охоплення $k = 2$, $U = 2u$, а саме:

$$w = rU,$$

з множником r , що обраний для забезпечення мінімальної ймовірності відповідності об'єкта, який приймається. Загальним вибором є $r = 1$, в цьому випадку $w = U$.

ПРИКЛАД. ISO 14253-1 [21] встановлює правила захищеного прийняття за замовчуванням для демонстрації відповідності специфікаціям. Рисунок 10 був взятий з ISO 14253-1, Рисунок 7. У випадку двостороннього інтервалу допуску, верхні і нижні границі прийняття зміщені від відповідних границь допуску на величину захисних смуг з параметром довжини $w = U = 2u$.

Ціллю захисних смуг з $w = 2u$ є забезпечення того, що для будь-якого вимірюваного значення, що знаходиться в інтервалі прийняття, ймовірність прийняття невідповідного об'єкта є не більшою 2,3%, припускаючи нормальну PDF для вимірюваної величини. Ця максимальна ймовірність виникає, якщо вимірне значення властивості збігається з границею прийняття. Для вимірних значень, які віддалені від границь прийняття, ймовірність помилкового прийняття буде меншою, ніж максимальна.



Рисунок 10. Двосторонній інтервал прийняття, створений шляхом зменшення інтервалу допуску на обох сторонах через $k = 2$ розширену непевність $U = 2u$. Це – прийняття рішення за замовчуванням, встановлене в ISO 14253-1 [21].

В ISO 14253-1, інтервал прийняття називається зоною відповідності, а інтервал допуску називається зоною специфікації.

8.3.3 Захищене відхилення

8.3.3.1 Границя допуску за межами інтервалу допуску, як показано на Рисунку 11, може бути вибрана таким чином, щоб збільшити ймовірність того, що неприйнятий об'єкт дійсно невідповідний. Таке правило прийняття про захищене відхилення часто використовується коли потрібен ясний доказ того, що границя була перевищена до здійснення негативних дій.

ПРИМІТКА. Захищене відхилення також відоме як переконливе відхилення [2] і позитивна невідповідність для відхилення [18].

8.3.3.2 Параметр довжини w для захисної смуги частот захищеного відхилення $w = T_U - A_U < 0$.

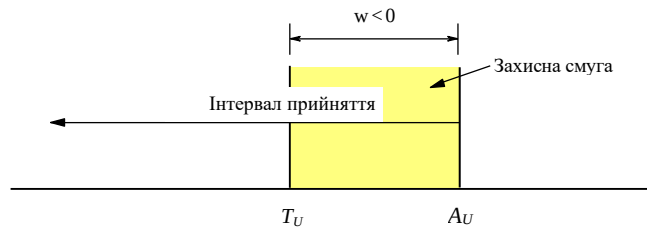


Рисунок 11. Правило прийняття рішення ґрунтоване на захищеному відхиленні. Верхня границя прийняття A_U за межами верхньої границі допуску T_U визначає інтервал прийняття, що зменшує ймовірність хибного відхилення відповідного об'єкта (ризик виробника).

ПРИКЛАД 1. Правозастосування обмеження швидкості

У застосуванні закону про автомагістраль поліція вимірює швидкість автомобілістів приладами, такими як радари і лазерні рушніці [42]. Рішення про видачу попереджувального талону, який може потенційно привести до притягнення до суду, повинно бути прийнято з високим ступенем вірогідності справжнього перевищення швидкості.

Зокрема використовуючи доплерівський радар, вимірювання швидкості можна виконати з відносною стандартною непевністю $u(v)/v$ 2 % в інтервалі від 50 км/год до 150 км/год. Припускається, що знання про виміряну швидкість v в цьому інтервалі характеризується нормальною PDF з очікуванням v і стандартним відхиленням $0,02 v$.

За цих умов можна поставити питання, за умови обмеження швидкості $v_0 = 100$ км/год, який поріг швидкості $v_{\max}$ (границя прийняття) повинен бути встановлений таким чином, щоб для виміряної швидкості $v \geq v_{\max}$ ймовірність того, що $v \geq v_0$ становила принаймні 99,9%?

Ця математична задача еквівалентна розрахунку ймовірності відповідності для одностороннього інтервалу допуску (див.7.3). Тут вимагається значення $z = (v_{\max} - v_0)/(0,02v_{\max})$, для якого 99,9% ймовірності знаходиться в області $v \geq v_0$. З таблиці 1 на стор. 18 видно, що $z = 3,09$, таким чином:

$$v_{\max} = \frac{v_0}{1 - 0,02z} = \frac{100}{1 - 0,02 \times 3,09} \approx 107 \frac{\text{км}}{\text{год}}$$

Інтервал $[100 \text{ км/год} \leq v \leq 107 \text{ км/год}]$ – це захисна смуга, що забезпечує ймовірність принаймні 99,9%, що було перевищено границю швидкості 107 км/год або більше.

ПРИКЛАД 2. Транквілізатори в живих тваринах та продуктах тваринного походження

Анаболічний стероїд нандролон відноситься до групи речовин, які заборонені як стимулятори росту в тваринництві. Речовина зустрічається в природі у деяких живих тварин і, отже, було встановлено поріг (допуску) T , що дорівнює 2,00 мкг/л.

У скринінг-тестах на нандролон виміряна концентрація, що перевищує порогове значення з ймовірністю 95 % або більше, вважається підозрілою (сумнівною) і повинна завершуватись процедурою підтвердження.

При проведенні скринінг-тесту задача лабораторії - встановити рішення щодо границі (прийняття) A , яка отримується шляхом:

$$A = T + g,$$

де $g = |w|$ є захисною смугою (див. Рис. 11), таким чином для вимірюваного значення концентрації $y \geq A$, ймовірність, що $Y \geq T$ є принаймні 95 %.

Лабораторія валідує свою методику вимірювань долучаючи десять холостих зразків на рівні концентрації, близькій до порогового значення. Зразки вимірюються в межах лабораторних умов відтворюваності, що дає спостережуване значення стандартного відхилення відтворення, s (ISO 3534-2, 3.3.12) 0,20мг/л.

Згідно розширеного експерименту лабораторія робить висновок, що вимірювання не мають значущих систематичних похибок. Непевність вимірювання домінує над впливами відтворюваності, а PDF для концентрації нандролону Y , таким чином, вважається масштабованим та зміщеним t -розподілом (див. JCGM 101:2008 п.6.4.9) з ступенями свободи $\nu = 9$.

З таблиці або відповідного програмного забезпечення t -розподілу (односторонній, ступені свободи $\nu = 9$, з імовірністю 95%), захисна смуга обчислюється як:

$$g = t_{0,95;9} \times s = 1,83 \times 0,20 = \frac{0,37\text{мкг}}{\text{л}}$$

Вибірка (зразок) з виміряним значенням у концентрації нандролону більше або дорівнює:

$$A = (2,00 + 0,37) = 2,37\text{мкг/л}$$

таким чином, вважається підозрілим (сумнівним).

9 Ризики споживача і виробника

9.1 Загальне

9.1.1 В оцінці відповідності, використовуючи бінарне правило прийняття рішення, вимірюється властивість об'єкта та об'єкт приймається як відповідний, якщо виміряне значення властивості знаходиться у визначеному інтервалі прийняття. Якщо виміряне значення знаходиться за межами інтервалу прийняття, це веде до відхилення об'єкта як невідповідного. На Рисунку 12, який відтворює Рисунок 1 на сторінці ix, зображені ці інтервали, що показують інтервал допуску (відповідних значень) і інтервал прийняття (допустимих вимірюваних значень).

9.1.2 Використання захисних смуг забезпечує обмеження ймовірності прийняття хибного рішення відповідності на основі вимірювальної інформації узагальненої інтервалом охоплення. Цей пункт стосується більш точної оцінки подібних імовірностей для процесу виробництва. Оцінені ймовірності залежать від двох факторів: процесу виробництва та вимірювальної системи.

9.1.3 Якщо вимірювальна система була б абсолютно точною, то всі рішення про відповідність були б правильними і всі ризики дорівнювали б нулю. Збільшення похибки вимірювання означає збільшення ймовірності неправильного рішення та ця ймовірність найбільша, коли виміряні значення близькі до границь допуску.

9.1.4 Ризик також залежить від природи виробничого процесу. Якщо процес зрідка виробляє об'єкт, властивість якого знаходиться біля допустимих границь, є менша вірогідність прийняття неправильних рішень. З іншого боку, якщо процес виробляє об'єкти з властивостями, які будуть близько до допустимих границь, то непевності, пов'язані з вимірюваннями починають відігравати роль. Надалі у цьому розділі показано як можна оцінювати внески обох факторів.



Рисунок 12. Бінарна оцінка відповідності, де рішення базуються на значеннях вимірюваної величини. Істинне значення вимірюваної властивості (вимірюваної величини) об'єкту задається в інтервалі, який визначається границями (T_L , T_U). Об'єкт приймається як відповідний, якщо вимірюване значення властивості знаходиться в інтервалі прийняття, який визначається границями (A_L , A_U) або іншому випадку відхиляється як невідповідний.

9.2 PDF для виробничого процесу і вимірювальної системи

9.2.1 Розглянемо процес, який виробляє серію об'єктів, кожен з яких має вимірну властивість Y з можливими значеннями η . Процесом може бути машина, яка виробляє резистори номінального опору 10 кОм або процес відбору, що надає флакони морської води, що містять розчинену ртуть. Для об'єкта, обраного випадково з процесу, знання властивості Y перед тим, як вона вимірюється, передається через апіорну PDF $g_0(\eta)$. Можна сказати PDF $g_0(\eta)$ характеризує виробничий процес, тому іноді називається густиною ймовірності процесу. Форма $g_0(\eta)$ зазвичай приписується на основі знань, отриманих шляхом вимірювання властивостей зразка із об'єктів, що випускаються.

ПРИМІТКА. Приписування апіорної PDF на основі вимірюваних зразків із вибірки розглядається в Додатку В.

9.2.2 Оцінка відповідності виготовленого об'єкту здійснюється шляхом вимірювання властивості, яка цікавить. Вихідне значення вимірювальної системи – це величина, що розглядається як спостережувана випадкова величина Y_m , можливі значення якої η_m , припускаючи, що відоме вхідне значення $Y = \eta$, кодуються і передаються за допомогою PDF $h(\eta_m|\eta)$. Форма $h(\eta_m|\eta)$ присвоюється на основі побудови вимірювальної системи, інформації, отриманої після калібрування і знання щодо відповідних впливних величин, таких як параметри довкілля і властивостей матеріалу.

9.3 Можливі результати інспекційного вимірювання з бінарним правилом прийняття рішення

9.3.1 Нехай C і $\tilde{C}$ відповідно позначимо як інтервали відповідних та невідповідних значень Y , і нехай $\mathcal{A}$ та $\tilde{\mathcal{A}}$ відповідно позначимо як інтервали прийнятних і неприйнятних значень Y_m . Наприклад, на Рисунку 12 C відповідає значенням Y в інтервалі $T_L \leq Y \leq T_U$ і $\mathcal{A}$ відповідає значенням Y_m в інтервалі $A_L \leq Y_m \leq A_U$.

9.3.2 При бінарному правилі прийняття рішення існує чотири можливих результати випробувань з оцінки відповідності, які дають значення вимірюваної величини η_m :

Дійсне прийняття: об'єкт приймається ($Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$) і відповідає специфікаціям ($Y_m \in C$). Це бажаний результат випробування з оцінки відповідності, що веде до прийняття відповідного об'єкта.

Помилкове прийняття: об'єкт приймається ($Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$), але не відповідає специфікаціям ($Y_m \in \tilde{C}$). Це - хибне рішення, ймовірність якого називається ризиком споживача, оскільки витрати, пов'язані з такою помилкою, часто бере на себе споживач або користувач, який приймає об'єкт як підходящий для своєї цілі і діє відповідно.

ПРИМІТКА. Помилкове визнання також відоме як помилка пропускання або хибнопозитивне рішення.

Для окремого вимірюваного об'єкта, прийнятого як відповідний, з урахуванням вимірюваного значення $Y_m = \eta_m \in \mathcal{A}$, ймовірність помилкового прийняття називається *окремим ризиком споживача* (див. п. 3.3.13) [38], позначене через R^*_C . З виразу (4) ймовірності відповідності можна бачити, що R^*_C отримується шляхом:

$$R^*_C = 1 - p_C,$$

для вимірюваного значення η_m в інтервалі прийняття. Для об'єкта, обраного випадково з процесу виробництва, ймовірність того, що він буде помилково прийнятий на підставі вимірювань, називається *глобальним ризиком споживача* (див. 3.3.15) [38], який позначається R_C . Розрахунок R_C розглядається в п. 9.5.

Дійсне відхилення: об'єкт відхиляється ($Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$) і не відповідає специфікаціям ($Y_m \in \hat{C}$). Це бажаний результат випробування з оцінки відповідності, що веде до відхилення невідповідного об'єкта.

Помилкове відхилення: об'єкт відхиляється ($Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$), але насправді відповідає специфікаціям ($Y \in C$). Це ще одне невірне рішення, ймовірність якого називається ризиком виробника, тому що витрати, пов'язані з такою помилкою, часто несе виробник, який не може продати виріб, який забракували в оцінці відповідності.

ПРИМІТКА. Помилкове відхилення також відоме як помилка бракування або хибнонегативне рішення.

Для окремого вимірюваного об'єкта, відхиленого як невідповідний, з урахуванням вимірюваного значення $Y_m = \eta_m \in \tilde{\mathcal{A}}$, ймовірність помилкового відхилення називається *окремим ризиком виробника* (див. п. 3.3.14) [38], який позначається через R^*_p . З виразу (4) ймовірності відповідності можна бачити, що R^*_p отримується шляхом:

$$R_p^* = p_c,$$

для вимірюного значення η_m за межами інтервалу прийняття. Для об'єкта, обраного випадково з процесу виробництва, ймовірність того, що він буде помилково відхилений на підставі вимірювань, називається *глобальним ризиком виробника* (див. 3.3.16) [38], який позначається R_p . Розрахунок R_p розглядається в п. 9.5.

9.4 Об'єднана PDF для Y та Y_m

9.4.1 Як видно в п. 9.3.2, окремий ризик споживача та окремий ризик виробника R_c^* та R_p^* просто пов'язані з ймовірністю відповідності окремого вимірюваного об'єкта, враховуючи результат вимірювання. Якщо значення властивості Y знаходиться за межами допустимого інтервалу і виміряне значення Y_m знаходиться в межах інтервалу прийняття, то це ризик споживача. Ймовірність того, що ці дві події відбуваються, тобто це - глобальний ризик споживача, точно визначається через об'єднаний розподіл ймовірностей, що залежить від процесу виробництва і від вимірювальної системи.

9.4.2 Об'єднану густину ймовірності можна записати як добуток вже відомих значень густини. На словах, ймовірність того, що значення вимірюваної величини Y знаходиться за межами інтервалу допуску, а вимірюване значення Y_m знаходиться в межах інтервалу прийняття, обумовлюється ймовірністю того, що процес виробництва виготовляє об'єкт з істинним значенням Y за межами інтервалу допуску помноженої на ймовірність того, що вимірювальна система надає виміряне значення Y_m в рамках інтервалу прийняття, враховуючи, що вимірювана величина Y знаходиться за межами інтервалу допуску.

9.4.3 Так само, глобальний ризик виробника визначається на основі такого ж об'єднаного розподілу ймовірностей. Якщо інтервал допуску, процес виробництва та вимірювальна система зафіксовані, то глобальний ризик споживача і глобальний ризик виробника визначаються за допомогою границь прийняття. Границі прийняття можуть бути встановлені таким чином, щоб досягти прийняттого балансу двох видів ризику. Зазвичай, не можливо встановити границі прийняття, щоб одночасно мінімізувати як ризик споживача, так і ризик виробника: знижуючи один збільшиться інший.

9.4.4 У літературі з контролю якості та оцінки відповідності, терміни «ризик споживача» і «ризик виробника», як правило, використовується в сенсі глобальних ризиків, як описано вище.

9.4.5 Для заданого процесу виробництва і системи вимірювання, знання можливих результатів випробування з оцінки відповідності об'єкта, вибраного навмання, описується об'єднаною функцією густини ймовірності. Для такого випадково обраного об'єкта, ймовірність того, що (а) значення вимірюваної величини Y лежить в інтервалі $\eta \leq Y \leq \eta + d\eta$ та що (b) вимірювання Y буде надавати вимірюване значення Y_m в інтервалі $\eta_m \leq Y \leq \eta_m + d\eta_m$ отримується шляхом:

$$\Pr(\eta \leq Y \leq \eta + d\eta \text{ and } \eta_m \leq Y_m \leq \eta_m + d\eta_m) = f(\eta, \eta_m) d\eta d\eta_m, \quad (15)$$

де $f(\eta, \eta_m)$ – це об'єднана функція густини ймовірності для Y та Y_m .

9.4.6 Використовуючи правило добутку (або множення) теорії ймовірності, об'єднану густину $f(\eta, \eta_m)$ можна розкласти на множники двома способами, відповідно до:

$$f(\eta, \eta_m) = g_o(\eta)h(\eta_m | \eta) \quad (16a)$$

та

$$f(\eta, \eta_m) = h_o(\eta_m)g(\eta | \eta_m). \quad (16b)$$

9.4.7 Дві PDF справа у виразі (16a) – це дві густини ймовірності, які описані у пункті 9.2. Враховуючи форми цих PDF, за бажання можна обчислити дві густини ймовірності в правій частині виразу (16). Такі розрахунки показані в Додатку А (див. А.4.3 і А.4.4).

9.5 Обчислення глобальних ризиків

9.5.1 Історичний контекст

9.5.1.1 У наступних підпунктах, викладені формули для розрахунку глобальних ризиків хибних рішень. Традиційно, такі розрахунки здійснюються з використанням вимірюваних розподілів частот різних результатів, коли вимірюється велика вибірка номінально ідентичних об'єктів. Глобальний ризик споживача за такого підходу дорівнює частці об'єктів у вимірюваній вибірці, які приймаються для використання, проте не відповідають специфікаціям. Така невідповідність, для конкретного об'єкта, повинна бути продемонстрована постфактум шляхом окремого вимірювання з непевністю набагато меншою, ніж непевність вимірювальної системи, яка застосована в оцінці відповідності.

9.5.1.2 Нижче глобальні ризики обчислюються, використовуючи розподіли ймовірностей, а не розподіли частот, таким чином не треба розглядати набір об'єктів, що вимірюються, що насправді можуть і не існувати. В числовій формі обчислені ймовірності, в середньому, завжди будуть відповідати виміряним частотам. Таким чином, границі прийняття можуть обиратись для отримання прийнятних часток помилково прийнятих або відхилених об'єктів в середньому під час оцінки відповідності об'єктів у вибірці.

9.5.2 Загальні формули

9.5.2.1 Маючи об'єднану PDF (16a) і дві густини ймовірності $g_o(\eta)$ та $h(\eta_m | \eta)$, можна обчислити ймовірності кожного з чотирьох можливих результатів, описаних вище (див. п.9.3). Ці ймовірності просто відповідні величини під об'єднаною густиною ймовірності $f(\eta, \eta_m)$, інтегровані в чотирьох областях, які описують всі можливі результати.

9.5.2.2 Глобальний ризик споживача і глобальний ризик виробника, обчислюється наступним чином:

- для виміряного значення в інтервалі прийняття і значення Y за межами допустимого інтервалу, глобальний ризик споживача дорівнює:

$$R_C = \int_{\tilde{C}} \int_A g_o(\eta)h(\eta_m | \eta)d\eta_m d\eta \quad (17)$$

- для виміряного значення поза межами інтервалу прийняття і значення Y в межах допустимого інтервалу, глобальний ризик виробника складає:

$$R_P = \int_C \int_{\tilde{A}} g_o(\eta)h(\eta_m | \eta)d\eta_m d\eta \quad (18)$$

9.5.2.3 Вирази (17) і (18) - це загальні формули для обчислення глобальних ризиків споживача і виробника. Залежно від конкретної форми PDF $g_o(\eta)$ та $h(\eta_m | \eta)$, точна оцінка R_C і R_P повинна виконуватись чисельно.

9.5.3 Особливий випадок: бінарне правило прийняття рішення

9.5.3.1 Для окремої бінарної оцінки відповідності, яка показана на Рисунку 12, формули (17) і (18) перетворюються:

$$R_C = \left(\int_{-\infty}^{T_L} + \int_{T_U}^{\infty} \right) \int_{A_L}^{A_U} g_o(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta \quad (19)$$

та

$$R_P = \left(\int_{-\infty}^{A_L} + \int_{A_U}^{\infty} \right) \int_{T_L}^{T_U} g_o(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta \quad (20)$$

9.5.3.2 Використання виразів (19) і (20) у випадку, коли об'єднана PDF (15) є добутком нормальних розподілів, показується в наступному прикладі. Властивості нормальних розподілів, включаючи окремі форми виразів (19) і (20), обговорюються в Додатку А.

ПРИКЛАД. Виробництво прецизійних резисторів

Постачальник електричних компонентів виробляє точні дротяні резистори номінального опору 1500 Ом. Для кожного резистора (об'єкта) опір Y (властивість) повинен знаходитись в інтервалі допуску, який визначений границями $T_L = 1\,499,8$ Ом і $T_U = 1\,500,2$ Ом.

Машина для виготовлення таких резисторів оцінюється шляхом вимірювання її вихідних зразків, використовуючи високоточний омметр з незначною непевністю вимірювання. Гістограма вимірних значень виявляється нормальної форми, зосереджена в номінальному значенні зі стандартним відхиленням $\sigma = 0,12$ Ом. На основі цієї інформації, нормальна PDF $g_o(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u^2_0)$ приписується до моделі виробничого процесу з $y_0 = 1500$ Ом та $u_0 = \sigma = 0,12$ Ом.

Для типового резистора, який випустила ця машина, ймовірність відповідності дорівнює:

$$p_c = \int_{T_L}^{T_U} g_o(\eta) d\eta = \int_{1499,8}^{1500,2} \varphi(\eta; 1500; 0,12^2) d\eta \approx 0,90 = 90 \% \quad (21)$$

Якщо постачальник просто поставляє на ринок кожний резистор, що виробляється, близько 10% з них будуть невідповідними, що з економічних причин вважається неприйнятним. Купуючи більш дорогую виробничу машину, можна зменшити мінливість процесу. У цьому ж випадку, враховуючи відповідну вартість, ухвалено рішення зберегти існуючу машину і запровадити інспектування процесу для виявлення і видалення невідповідних резисторів.

У виробництві резистори інспектуються на відповідність специфікаціям, використовуючи калібрований високошвидкісний омметр. Нормальна PDF $h(\eta_m | \eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u^2)$ з $u_m = 0,04$ Ом призначається для кодування і передачі довіри щодо інтервалу вимірних значень, які можуть спостерігатися при вимірюванні відомого опору $Y = \eta$. Призначення базується на моделі вимірювальної системи та оцінюванні непевності вимірювання, включаючи непевність, пов'язану з калібруванням омметра.

Для того щоб зменшити ймовірність випуску резисторів, які не відповідають специфікаціям (ризик споживача), допустимі межі $A_L = 1\,499,82\text{ Ом}$; $A_U = 1\,500,18\text{ Ом}$ вибираються всередині інтервалу допуску (див. Рисунок 12, стор. 29), утворюючи захисний інтервал прийняття з симетричними захисними смугами довжиною:

$$w = (1\,500,2 - 1\,500,18)\text{ Ом} = 0,02\text{ Ом} = 0,25U.$$

Тоді ризики споживача і виробника обчислюються з виразів (A.15)-(A17) з:

$$\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi})\exp(-z^2/2)$$

та

$$F(z) = \Phi\left(\frac{A_U - y_0 - u_0 z}{u_m}\right) - \Phi\left(\frac{A_L - y_0 - u_0 z}{u_m}\right) = \Phi(4,5 - 3z) - \Phi(-4,5 - 3z)$$

Числове інтегрування призводить до:

$$P_C = \int_{-\infty}^{-1,667} F(z) \varphi_0(z) dz + \int_{-1,667}^{\infty} F(z) \varphi_0(z) dz = 0,01 = 1\%,$$

та

$$P_C = \int_{-1,667}^{1,667} [1 - F(z)] \varphi_0(z) dz = 0,07 = 7\%.$$

Цікаві властивості цієї процедури оцінки відповідності можна відзначити, розглядаючи середню вибірку зі 100 резисторів, випущених машиною, виміряних і прийнятих або відхилених як відповідні для використання:

- враховуючи властивості процесу виробництва, 90 резисторів відповідають специфікаціям і 10 з них не відповідають (див. вираз (21));
- з 90 відповідних резисторів, 83 приймаються і 7 помилково відхиляються як невідповідні;
- з 10 невідповідних резисторів, 9 відхиляються і один помилково сприймається як відповідний;
- 84 резистори приймаються; з них $83/84 \approx 99\%$ відповідають, а близько 1% поза допуском. Це і є метою інспекційних вимірювань - зменшення пропорції невідповідних резисторів серед прийнятих до використання з 10% до 1%;
- з 16 резисторів, які відхиляються $7/16 \approx 44\%$ насправді відповідають специфікаціям. Це ціна плати за зниження ризику прийняття некондиційної продукції.

9.5.4 Встановлення границь прийняття

9.5.4.1 У наведеному вище прикладі були обчислені глобальні ризики R_C і R_P за заданих відомих границь прийняття A_L і A_U . У більшості реальних застосувань бажаний рівень ризику вибирається на основі аналізу витрат і границі прийняття обчислюються таким чином, щоб забезпечити досягнення бажаного рівня ризику. Такі розрахунки не є однозначними. Практичний підхід до подібних проблем – це вирішення за допомогою графічного рішення, як показано в наступному прикладі.

ПРИКЛАД. Виробництво кулькопідшипників

Виробник виготовляє велику кількість прецизійних кулькопідшипників. Технічні вимоги виконання для цих кулькопідшипників (об'єктів) вимагають, щоб для кожного з них похибка радіального руху (властивість) була менше 2 мкм. Похибка радіального руху підшипника є небажаним рухом, який перпендикулярний осі обертання. Для ідеального підшипника, похибка радіального руху буде дорівнювати нулю; будь-який реальний підшипник буде мати позитивну похибку радіального руху.

Для того щоб охарактеризувати процес виробництва, вимірюються похибки радіального руху великої вибірки підшипників за допомогою високоточного випробувального устаткування з незначною непевністю вимірювання. Для цього прикладу, середня спостережувана похибка радіального руху - це $\bar{y} = 1$ мкм з пов'язаним стандартним відхиленням вибірки $s = 0,5$ мкм.

Перед відвантаженням товару, підшипники випробовують на відповідність специфікаціям. В ході цих випробувань вимірюються похибки радіального руху за допомогою каліброваного випробувального обладнання. Вимірювальна система характеризується нормальною PDF $\varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$ зі стандартною непевністю $u_m = 0,25$ мкм.

З економічних причин, частка невідповідних підшипників, які продаються клієнтам як відповідні (глобальний ризик споживача), повинна дорівнювати 0,1% або менше. Як можна обрати границю прийняття A , щоб задовольнити цю вимогу?

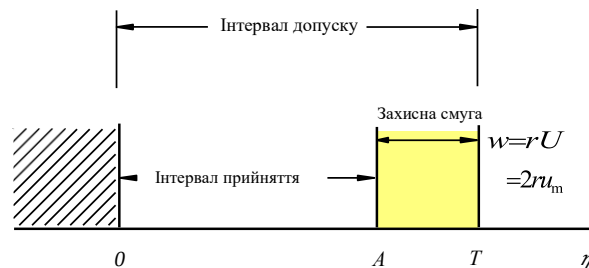


Рисунок 13. Інтервали допуску та прийняття для оцінки відповідності кулькопідшипників. Допустимі значення похибки радіального руху Y знаходяться в інтервалі $0 \leq \eta \leq T$. Границя прийняття A відокремлюється від границі допуску T через захисну смугу з параметром довжини $w = rU = 2ru_m$. В такому випадку правило прийняття рішення – це захисне прийняття з $w > 0$.

Проблему оцінки відповідності показано на Рисунку 13. Відповідний кульковий підшипник повинен мати похибку радіального руху Y в інтервалі $0 \leq \eta \leq T$. Так як похибка радіального руху завжди позитивна з вимірними значеннями, які близькі до нуля, попередня PDF для радіальної похибки Y буде моделюватись через гамма-густину ймовірності (див. Додаток В, пункт В.3). На основі вимірювань зразків, очікування і стандартна непевність попередньої PDF, будуть

$y_0 = \bar{y} = 1$ мкм та $u_0 = s = 0,5$ мкм. Використовуючи вирази (В.14), параметри α та λ обчислюються:

$$\alpha = \frac{1^2}{(0,5)^2} = 4, \quad \lambda = \frac{1}{(0,5)^2} = 4.$$

З виразу (В.11) гамма-густини ймовірності, попередня PDF похибки кулькопідшипника Y , дорівнює:

$$g_0(\eta) = \text{gamma}(\eta; 4, 4) = \frac{128}{3} \eta^3 e^{-4\eta}, \quad \eta \geq 0. \quad (22)$$

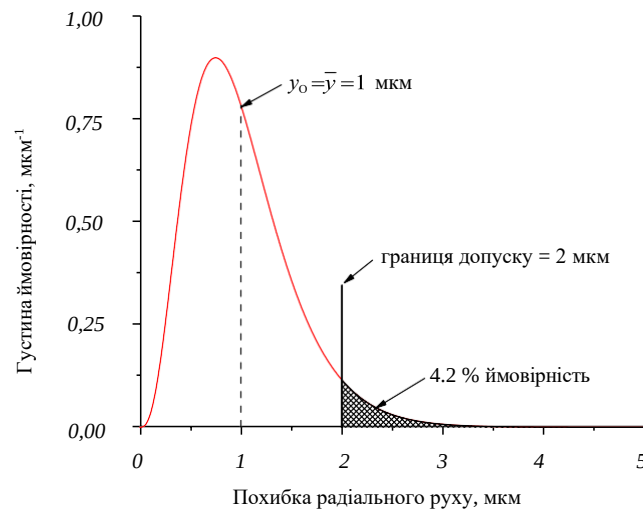


Рисунок 14. Попередня гамма-PDF, отримана з виразу (22), приписується на основі розподілу частот вимірюваних похибок радіального руху для вибірки кулькопідшипників. Інтервал допуску знаходиться в області $0 \leq \eta \leq 2$ мкм. Очікування розподілу є попередньою оцінкою $y_0 = 1$ мкм з пов'язаною стандартною невпевністю $u_0 = 0,5$ мкм. Через те, що розподіл не симетричний, більш ймовірне значення Y (форма розподілу, тут дорівнює $0,75$ мкм) не дорівнює y_0 .

Ця PDF показана на Рисунку 14. Імовірність того, що кулькопідшипник, який вибраний випадково з виробничого процесу, буде відображати похибку радіального руху більшу, ніж 2 мкм показано заштрихованою областю. Ця ймовірність невідповідності становить:

$$\bar{p}_c = \int_2^{\infty} \text{gamma}(\eta; 4; 4) d\eta = 0,042,$$

яка означає, що якщо б усі випущені підшипники, були б надані на ринку без вимірювання, то близько 4,2% з них були б невідповідними. Постпроцесна вимірювальна система призначається для того, щоб виявити невідповідні підшипники, таким чином їх не нададуть на ринку. Границя прийняття є необхідною для того щоб знизити ризик споживача R_c до 0,1% або менше. Правило прийняття рішення щодо оцінки відповідності показане на Рисунку 13, інтервал допуску відповідає $0 \leq Y \leq T$ і інтервал прийняття $0 \leq Y_m \leq A$. Аналогічно з виразів (19) і (20), глобальні ризики споживача і виробника оцінюються як:

$$R_P = \int_T^\infty \int_0^A g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta, \quad R_P = \int_0^T \int_A^\infty g_0(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta_m d\eta$$

Для вимірювальної системи, яка характеризується нормальною PDF $h(\eta_m | \eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, замінюючи $z = (\eta_m | \eta) / u_m$, $dz = d\eta_m / u_m$ та виконуючи інтегрування по z , ці вирази дорівнюють:

$$R_C = \int_T^\infty \left[\Phi\left(\frac{A-\eta}{u_m}\right) - \Phi\left(-\frac{\eta}{u_m}\right) \right] g_0(\eta) d\eta, \quad R_P = \int_0^T \left[1 - \Phi\left(\frac{A-\eta}{u_m}\right) \right] g_0(\eta) d\eta.$$

З Рисунка 13 видно, що $A = T - 2ru_m$. Тут $T = 2$ мкм і $u_m = 0,25$ мкм. Тоді, введення $g_0(\eta)$, яке дорівнює гамма-PDF виразу (22), дає явні результати:

$$R_C(r) = \frac{128}{3} \int_2^\infty [\Phi(8 - 2r - 4\eta) - \Phi(-4\eta)] \eta^3 e^{-4\eta} d\eta \quad (23)$$

$$R_C(r) = \frac{128}{3} \int_0^2 [1 - \Phi(8 - 2r - 4\eta)] \eta^3 e^{-4\eta} d\eta \quad (24)$$

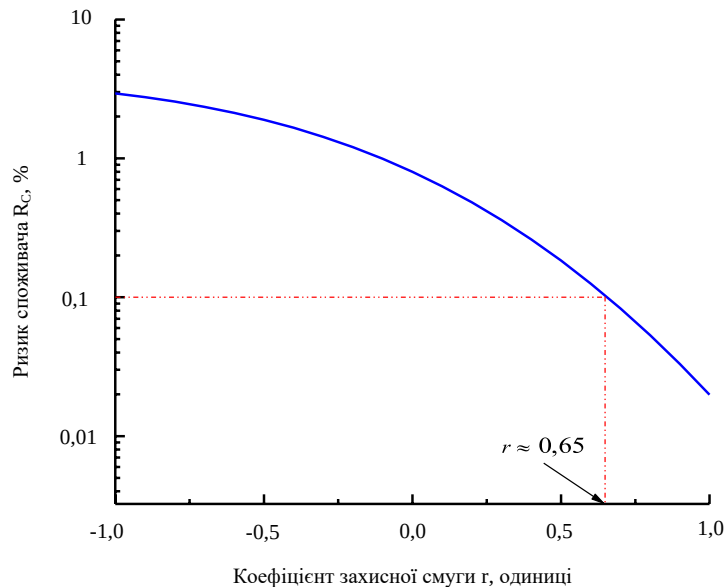


Рисунок 15. Глобальний ризик споживача R_C порівняно з коефіцієнтом захисної смуги r .
Для $r \approx 0,65$, границі прийняття $A = T - 2(0,65) u_m = 1,7$ мкм - досягається бажаний рівень ризику $R_C = 0,1\%$.

Ці інтеграли не можуть бути оцінені в закритій формі, але вони можуть бути чисельно обчислені для будь-яких вибраних значень коефіцієнта захисної смуги r .

На Рисунку 15 показано глобальний ризик споживача R_C для $-1 \leq r \leq 1$. Позитивний r відповідає $A < T$ (захисне прийняття) і негативний r відповідає $A > T$. Для $r = 0$ немає захисної смуги ($A = T$), правило прийняття рішень називається загальним ризиком або простим прийняттям (див. п. 8.2). На рисунку показується, що бажаний рівень ризику $R_C = 0,1\%$,

досягається при коефіцієнті захисної смуги $r \approx 0,65$. Це призводить до інтервалу захищеного прийняття з границею прийняття:

$$A = T - 2ru_m = (2 - 2 \times 0,65 \times 0,25) \approx 1,7 \text{ мкм}$$

Цей вибір границі прийняття вирішує проблему прийняття рішення.

В оцінці відповідності з бінарним правилом прийняття рішення, що діє для зниження ризику споживача, завжди буде збільшуватись ризик виробника. Це загальне правило добре ілюструється на Рисунку 16, який показує R_p в порівнянні з R_c , які обчислюються з формул (23) і (24), для прикладу кулькопідшипників. При $r \approx 0,65$, глобальний ризик виробника R_p становить близько 7,5%. Це означає, що приблизно 75 з кожних 1000 кулькопідшипників, які зазнали невдачі при інспектуванні, насправді відповідали б специфікаціям, що призводить до втрати доходів, які насправді були б отримані, якщо ці хороші підшипники були б продані.

Генерація збільшення кількості відповідного браку – це вартість захисного прийняття, яка спрямована на зменшення приймання і відвантаження невідповідної продукції. На практиці постачальник повинен вибрати робочу точку на кривій так, як показано на Рисунку 16, щоб балансувати ризики і отримати оптимальний результат. Вибір такої робочої точки – це бізнесове або політичне рішення, яке вимагає економічного аналізу проблеми прийняття рішення.

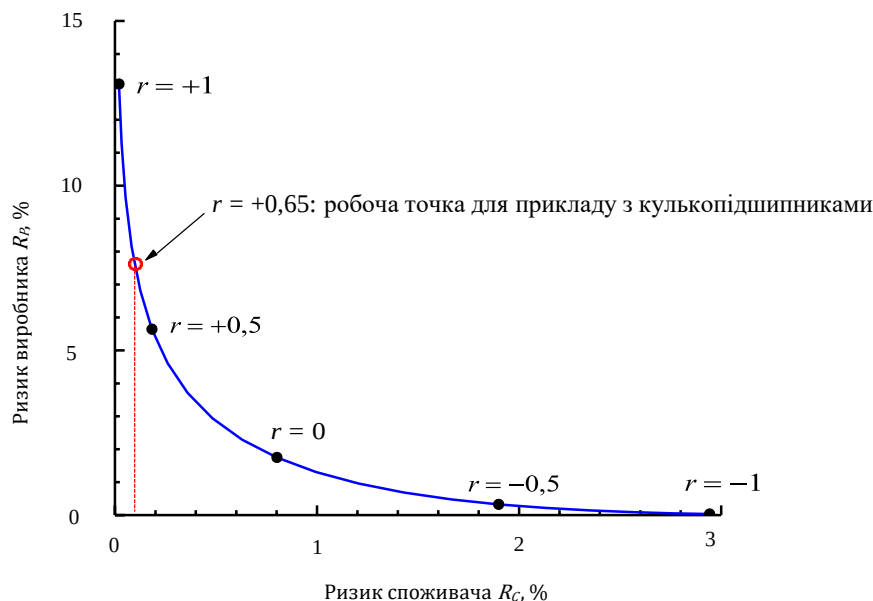


Рисунок 16. Глобальний ризик R_p порівняно з R_c для прикладу кулькопідшипників. Будь-яка точка на кривій відповідає окремому значенню коефіцієнта захисної смуги r , з декількома конкретними значеннями. Діючи з метою зниження ризику споживача шляхом переміщення границі прийняття далі всередину границі допуску (збільшуючи r), завжди збільшуємо ризик помилкового відхилення відповідних підшипників. Потрібен економічний аналіз для обрання оптимального правила прийняття рішення. Незаштриховане коло означає робочу точку в застосованому прикладі.

9.5.5 Загальний графічний підхід

9.5.5.1 Для процесу з заданим допуском T , нормальної попередньої PDF $g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2)$ і нормальної PDF вимірювальної системи $h(\eta_m|\eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2)$, може бути створена така діаграма, як показана на Рисунку 17, щоб допомогти встановити границі допуску.

9.5.5.2 У цьому прикладі припускається, що попередня інформація є недостатньою в сенсі $u_m^2 \ll u_0^2$, і тому оцінка $y \approx \eta_m$ з пов'язаною стандартною непевністю $u \approx u_m$ (див. п. А.4.4.3).

9.5.5.3 На Рисунку 17 показано R_P в порівнянні з R_C для окремого випадку, де $u_0 = T/6$.

9.5.5.4 П'ять кривих на рисунку відповідають значенням показника вимірювальної можливості $C_m = T/(4u_m)$ в діапазоні від 2 до 10, і уздовж кожної суцільної точки на кривій розташовані захисні смуги з різними параметрами довжини, від $w = -U$ до $w = U$ з розширеною непевністю U , що дорівнює $2u$.

9.5.5.5 Для використання цієї окремої діаграми необхідно відзначити, що:

- передбачається, що процес зосереджується в центрі, так що попередня оцінка y_0 вимірюваної величини знаходиться посередині інтервалу допуску;
- передбачається, що верхня і нижня захисні смуги мають параметри довжини, які є рівними за абсолютним значенням (симетричний інтервал прийняття);
- R_P та R_C обчислюються за умови нормальної PDF процесу і вимірювальної системи;
- для можливостей вимірювання, окрім показаних п'яти значень, можлива інтерполяція;
- також можлива інтерполяція уздовж кривих для оцінки захисних смуг.

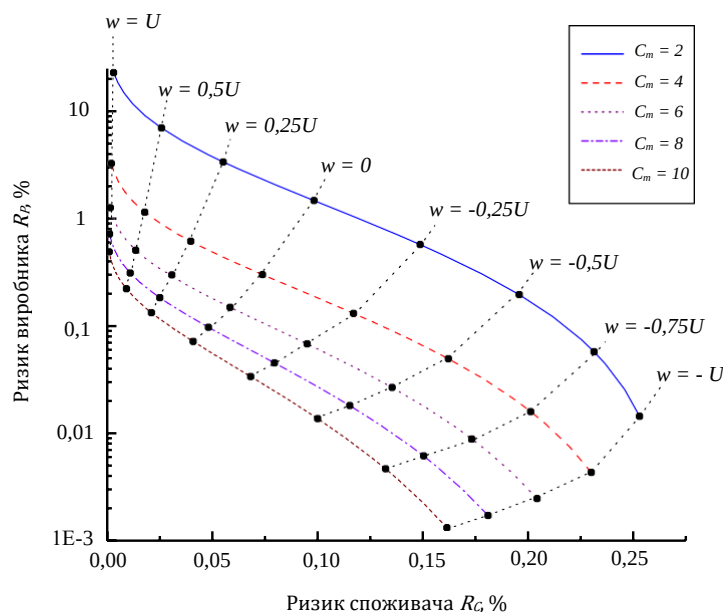


Рисунок 17 – Глобальний ризик R_P проти R_C для бінарної оцінки відповідності з попередньою стандартною непевністю $u_0 = T/6$. П'ять кривих відповідають значенню показника вимірювальної можливості $C_m = T/(4u_m)$ в діапазоні від 2 до 10. Суцільні точки визначають розташування захисних смуг з параметрами довжини від $w = -U$ до $w = U$ з $U = 2u$. Позитивні значення w відповідають захисному прийняттю з границями прийняття в межах границь допуску як показано на Рисунку 12.

9.5.6 Значення зменшеної непевності вимірювання

9.5.6.1 Зниження непевності, пов'язаної з результатом вимірювання оцінки відповідності, також знизить ймовірність ухвалення хибного рішення про прийняття/відхилення. Це спостереження добре демонстроване на Рисунку 17 пунктирними лініями, які позначають місце точок різних захисних смуг.

9.5.6.2 Для простого правила прийняття рішень ($w = 0$), наприклад, якщо непевність вимірювання була б $C_m = T/(4u_m)=2$, то ризик споживача буде $R_c \approx 0,1\%$ і відповідний ризик виробника склав би $R_p \approx 1,5\%$.

9.5.6.3 Інвестиції в покращення вимірювальної системи з $C_m = 10$ призведуть до скорочення цих ризиків відповідно до $R_c \approx 0,04\%$ і $R_p \approx 0,07\%$. Чи таке зниження непевності вимірювань було б економічно бажаним залежить від компромісу між вартістю покращеної метрології і грошей, які були б заощаджені через меншу кількість помилок у прийнятті рішень.

9.5.6.4 Поліпшення процесу виробництва (зниження попередньої стандартної непевності u_0) буде мати подібний ефект у зниженні як ризику споживача, так і ризику виробника, і буде включати в себе однакове такого ж роду аналіз витрат/прибутків.

Додаток А (довідковий)

Нормальний розподіл

А.1 Нормальна функція густини ймовірності

А.1.1 Припустимо, що величина Y , яка цікавить, вимірювана, отримуючи найкращу оцінку y та пов'язану стандартну непевність $u(y) = u$. У багатьох випадках дисперсія ймовірних значень η від Y щодо оцінки y , заданої вимірюваним значенням η_m , добре характеризується нормальною функцією густини ймовірності (PDF), яка отримується шляхом:

$$g(\eta | \eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y}{u}\right)^2\right] =: \varphi(\eta; y, u^2) \quad (\text{A.1})$$

де $y = y(\eta_m)$. У багатьох вимірюваннях з оцінки відповідності, $y \approx \eta_m$, але це не завжди так, див. п. А.4.4.

А.2 Інтеграли нормальних PDF

А.2.1 При розрахунку охоплення ймовірності, ймовірності відповідності та/або ризиків споживача і виробника, часто доводиться оцінювати інтеграли нормальних PDF між кінцевими або напів-нескінченними границями. Такі інтеграли не можуть бути оцінені в замкнутій формі і, тому оцінюються чисельно і зводяться в таблицю. З метою спрощення запису зручно ввести стандартну нормальну PDF, $\varphi_0(t)$, яка визначається шляхом:

$$\varphi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-t^2 / 2) = \varphi(t; 0, 1) \quad (\text{A.2})$$

А.2.2 Є два поширених способи знаходження інтегралів нормальних PDF, що виражаються:

- а) стандартною функцією нормального розподілу $\Phi(t)$, яка визначається:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z \exp(-t^2 / 2) dt = \int_{-\infty}^z \varphi_0(t) dt \quad (\text{A.3})$$

- б) функцією похибки $\text{erf}(z)$, яка визначається:

$$\text{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-t^2) dt. \quad (\text{A.4})$$

Ці функції просто пов'язані; з визначень (А.3) і (А.4) видно, що

$$\Phi(z) = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf}(z / \sqrt{2}) \right] \quad (\text{A.5})$$

A.2.3 Розглянемо ймовірність того, що Y лежить в інтервалі $a \leq Y \leq b$, враховуючи виміряне значення η_m . Для нормальної PDF виразу (A.1) ця ймовірність отримується шляхом:

$$\Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \frac{1}{u\sqrt{2\pi}} \int_a^b \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y}{u}\right)^2\right] d\eta.$$

Встановлюючи $z = (\eta - y)/u$ та $dz = d\eta/u$ це визначення стає:

$$\Pr(a \leq Y \leq b | \eta_m) = \int_{(a-y)/u}^{(b-y)/u} \varphi_0(z) dz = \Phi\left(\frac{b-y}{u}\right) - \Phi\left(\frac{a-y}{u}\right), \quad (\text{A.6})$$

використовуючи вирази (A.2) та (A.3).

A.3 Ймовірності охоплення для нормальних PDF

A.3.1 У загальному випадку точки a і b визначають інтервал охоплення (або інтервал непевності) шириною $2U$ в оцінці y , де $U = ku$ є розширеною непевністю зазначеного коефіцієнту охоплення k (див. п. 6.3.2). Тоді $a = y - ku$, $b = y + ku$ і вираз (A.6) стає:

$$\Pr(|Y - y| \leq ku | \eta_m) = \Phi(k) - \Phi(-k) = \text{erf}(k/\sqrt{2}) = P(k).$$

Ймовірності охоплення (або рівні довіри) для $k = 1, 2$, і 3 це:

$$P(1) = \Phi(1) - \Phi(-1) = \text{erf}(1/\sqrt{2}) = 0,683 = 68,3 \%$$

$$P(2) = \Phi(2) - \Phi(-2) = \text{erf}(2/\sqrt{2}) = 0,955 = 95,5 \%$$

$$P(3) = \Phi(3) - \Phi(-3) = \text{erf}(3/\sqrt{2}) = 0,997 = 99,7 \%$$

A.4 Нормальний процес та густини ймовірності вимірювання

A.4.1 Априорна PDF $g_0(\eta)$ вимірюваної величини Y

4.1.1 Перед виконанням вимірювання, знання вимірюваної величини Y часто характеризується нормальною априорною PDF. Позначаючи найкращу оцінку як y_0 і пов'язану стандартну непевність як u_0 , ця априорна PDF одержується шляхом:

$$g_0(\eta) = \varphi(\eta; y_0, u_0^2) = \frac{1}{u_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta - y_0}{u_0}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{\omega_0}{2\pi}} \exp\left[-\frac{\omega_0}{2}(\eta - y_0)^2\right]. \quad (\text{A.7})$$

В останньому виразі вага $w_0 = 1 / u_0^2$ представлена для того, щоб спростити подальший результат.

A.4.2 PDF $h(\eta_m|\eta)$ Y_m , задане значення $Y = \eta$

A.4.2.1 Припустимо, що вимірювальна система, що використовуються в оцінці відповідності, характеризується за допомогою функції подібності через нормальну PDF. Якщо така система використовується для вимірювання властивостей об'єкта з прийнятим значенням $Y = \eta$, то PDF, яка виражає довіру до можливих значень Y_m , тоді отримується шляхом:

$$h(\eta_m | \eta) = \varphi(\eta_m; \eta, u_m^2) = \frac{1}{u_m \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_m - \eta}{u_m} \right)^2 \right] = \sqrt{\frac{\omega_m}{2\pi}} \exp \left[-\frac{\omega_m}{2} (\eta_m - \eta)^2 \right], \quad (\text{A.8})$$

де $\omega_m = 1 / u_m^2$.

A.4.2.2 Нормальна PDF із виразу (A.8) цілком характеризує вимірювання, яке проаналізоване у відповідності з процедурою, описаною в GUM, у разі, якщо існують необхідні умови для чинності центральної граничної теореми. GUM не припускає ніяких попередніх знань про вимірювану величину, так що дисперсія значень, які могли б бути обґрунтовано приписані вимірюваній величині на основі вимірювання, характеризується стандартною непевністю u_m .

A.4.3 Крайова PDF $h_o(\eta_m)$ Y_m

A.4.3.1 Цікаво поставити питання й дуже цінно з практичної точки зору знати, яке вимірне значення η_m можна було б реалізувати, якщо об'єкт був би випадково вибраний з процесу виробництва, а властивість Y вимірня. Для процесу, який характеризується попередньою PDF виразу (A.7), та вимірювальної системи, охарактеризованої PDF виразу (A.8), бажану PDF можна обчислити як крайову густину ймовірності, використовуючи вираз (16а), а саме:

$$\begin{aligned} h_o(\eta_m) &= \int_{-\infty}^{\infty} g_o(\eta) h(\eta_m | \eta) d\eta \\ &= \frac{\sqrt{\varpi_0 \varpi_m}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{1}{2} (\varpi_0 (\eta - y_0)^2 + \varpi_m (\eta_m - \eta)^2) \right] d\eta \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\varpi_0 \varpi_m}{\varpi_0 + \varpi_m}} \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\varpi_0 \varpi_m}{\varpi_0 + \varpi_m} (\eta_m - y_0)^2 \right] \\ &= \frac{1}{u_{\eta_m} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta_m - y_0}{u_{\eta_m}} \right)^2 \right] \\ &= \varphi(\eta_m; y_0, u_{\eta_m}^2) \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Де

$$u_{\eta_m} = \sqrt{\frac{\varpi_0 + \varpi_m}{\varpi_0 \varpi_m}} = \sqrt{u_0^2 + u_m^2}. \quad (\text{A.10})$$

A.4.3.2 PDF $h_o(\eta_m)$ являє собою нормальний розподіл з математичним очікуванням y_0 і пов'язаною стандартною непевністю u_{η_m} , що одержується через вираз (A.10).

A.4.3.3 Очікування $E(Y_m) = y_0$ випливає з припущення, що вимірювальна система була виправлена для всіх визнаних значущих систематичних похибок і, таким чином, вільна від зміщення.

A.4.3.4 Стандартна непевність u_{η_m} в (A.10) являє собою квадратурну суму стандартних непевностей, пов'язаних з PDF процесу та вимірювальної системи. Два джерела непевності (невизначений процес та недосконала система вимірювання) природним способом поєднують свої впливи на знання про можливі виміряні значення властивостей об'єкта. Маючи вимірювальну систему високої точності, на основі того, що $u_m \ll u_0$ маємо $u_{\eta_m} \approx u_0$, а непевність можливих значень вимірюваної величини майже вся виникає внаслідок неповної інформації про процес виробництва.

A.4.4 Апостеріорна (після вимірювання) PDF $g(\eta|\eta_m)$ для Y

A.4.4.1 Прирівнюючи праві частини виразів (16a) і (16b) на стор. 32, отримуємо PDF вимірюваної величини Y після вимірювання, що надає виміряну величину η_m :

$$g(\eta|\eta_m) = \frac{g_0(\eta)h(\eta_m|\eta)}{h_0(\eta_m)}. \quad (\text{A.11})$$

Звіряння з виразом (1) на стор. 13 показує цей результат як підтвердження теореми Байєса, зі знаменником $h_0(\eta_m)$, що отримується з виразу (A.9). Підставляючи нормальні PDF виразів (A.7) - (A.9) у вираз (A.11) отримаємо:

$$\begin{aligned} g(\eta|\eta_m) &= \sqrt{\frac{\varpi_0 + \varpi_m}{\varpi_0 \varpi_m}} \exp \left[-\frac{\varpi_0 + \varpi_m}{\varpi_0 \varpi_m} \left(\eta - \frac{\varpi_0 y_0 + \varpi_m y_m}{\varpi_0 + \varpi_m} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{u \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta - y}{u} \right)^2 \right] \\ &= \varphi(\eta; y, u^2) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

де

$$y = \frac{\varpi_0 y_0 + \varpi_m y_m}{\varpi_0 + \varpi_m}, \quad (\text{A.13})$$

а

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varpi_0 + \varpi_m}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{u_0^2} + \frac{1}{u_m^2}}} = \frac{u_0 u_m}{\sqrt{u_0^2 + u_m^2}}. \quad (\text{A.14})$$

A.4.4.2 Теорема Байєса показує вплив нової інформації про вимірювану величину Y , виражену виміряним значенням η_m і пов'язаною стандартною непевністю u_m . Апостеріорна густина імовірності (A.12) являє собою нормальний розподіл, математичне очікування (найкраща оцінка) якої y , вираз (A.13), є середнім зваженим y_0 і η_m з вагою, яка дорівнює зворотнім відповідним пов'язаним змінним.

A.4.4.3 З виразу (A.14) видно, що стандартна непевність u , пов'язана з оцінкою y завжди менша, ніж u_0 та u_m . Є два особливі випадки, які часто зустрічаються на практиці.

- Якщо попереднє знання настільки мале, що не робиться жодних спроб явно призначити PDF для вимірюваної величини Y , тоді $u_m \ll u_0$, і таким чином $w_m \gg w_0$. З виразу (A.14) випливає, що:

$$y \approx \eta_m, \quad u \approx u_m.$$

і всі відповідні знання про можливі значення Y , можна сказати, отримуються із самого вимірювання. На таких вимірюваннях фокусується GUM, яке являє собою настанову з оцінки u_m даної відповідної моделі вимірювання.

- У типовому калібруванні, засіб вимірювань використовується для порівняння із вихідним еталоном, що реалізує оцінку y_0 величини Y з невеликою пов'язаною стандартною непевністю u_0 . Для такого калібрування, систематична похибка засобу вимірювань апріорно погано відома у тому сенсі, що $u_0 \ll u_m$ або $w_0 \gg w_m$. Апостеріорна PDF для Y є такою, що знову використовує вираз (A.14),

$$y \approx y_0, \quad u \approx u_0.$$

Згідно із здоровим глуздом, знання про еталон не змінюється при виконанні калібрувальних вимірювань. Проте, покази приладу передають інформацію про похибку індикації приладу, що є величиною визначення при калібруванні.

A.5 Розрахунки ризиків з нормальними PDF і бінарне правило прийняття рішення

A.5.1 Загальні формули для обчислення глобальних ризиків споживача і виробника були виведені в п. 9.5, а окремий випадок оцінки відповідності з бінарним правилом прийняття рішення розглянуто в п. 9.5.3. Цікаво отримати вирази глобальних ризиків в загальному випадку бінарного правила прийняття рішень, де як попереднє знання про вимірювану величину, так і можливі результати роботи вимірювальної системи описуються нормальним розподілом.

A.5.2 Маючи нормальні розподіли, вирази (A.7) і (A.8) для PDF, що характеризують процес виробництва і вимірювальну систему, об'єднана PDF $f(\eta, \eta_m)$ (вираз (16a) на стор. 32) для результату вимірювання – це:

$$f(\eta|\eta_m) = g_0(\eta)h(\eta_m|\eta) = \frac{1}{2\pi u_0 u_m} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\eta - y_0}{u_0} \right)^2 + \left(\frac{\eta_m - \eta}{u_m} \right)^2 \right] \right\}. \quad (\text{A.14})$$

Нехай $v = (\eta_m - \eta)/u_m$, $dv = d\eta_m/u_m$, і $z = (\eta - y_0)/u_0$, $dz = d\eta/u_0$ та підставляючи у вирази (19) і (20) після спрощення отримуємо глобальні ризики споживача і виробника:

$$R_C = \int_{-\infty}^{\frac{T_L - y_0}{u_0}} F(z) \phi_0(z) dz + \int_{\frac{T_U - y_0}{u_0}}^{\infty} F(z) \phi_0(z) dz \quad (\text{A.15})$$

та

$$R_p = \int_{\frac{T_L - y_0}{u_0}}^{\frac{T_U - y_0}{u_0}} (1 - F(z)) \varphi_0(z) dz \quad (\text{A.16})$$

У цих виразах $\varphi_0(z) = (1/\sqrt{2\pi}) \exp(-z^2/2)$ - це стандартна нормальна PDF та

$$F(z) = \Phi\left(\frac{A_U - y_0 - u_0 z}{u_m}\right) - \Phi\left(\frac{A_L - y_0 - u_0 z}{u_m}\right), \quad (\text{A.17})$$

де $\Phi(t)$ - функція стандартного нормального розподілу.

Додаток В (довідковий)

Попереднє знання про вимірювану величину

В.1 Статистичне управління процесом

В.1.1 У багатьох оцінках відповідності, знання про вимірювану величину Y до здійснення вимірювання не враховується явно при прийнятті рішень прийняти/відхилити. У таких випадках, які є типовими для вимірювань, що аналізуються відповідно до принципів, описаних в GUM, є неявне припущення, що попереднє знання про Y є настільки мізерним, що має незначний вплив на результат прийняття рішення.

В.1.2 Для процесу, в якому кількість номінально однакових об'єктів випускається з плином часу, характер процесу можна буде вивчити шляхом періодичного вимірювання зразків продукції. Статистика, отримана в ході таких вимірювань, такі як ковзна середня вибірка і вибіркове стандартне відхилення, надає інформацію про стабільність процесу таким чином, що він може бути скоригований по мірі необхідності для досягнення відповідності критеріям якості продукції. Виробництво і використання інформації вимірювання, таким чином, формує основу статистичного управління процесом (СУП). В наявності є багато літератури; наприклад, див. посилання [33, 43].

В.1.3 Поведінка процесу в СУП зазвичай підсумовується, припускаючи, що зразки із вибірки, що вимірюються з метою контролю якості, включають в себе безліч реалізацій стабільного розподілу частот. Середнє значення μ і стандартне відхилення σ цього розподілу оцінюються за статистикою вибірок.

ПРИМІТКА. Процес, для якого середні значення та стандартні відхилення показують прийнятну варіацію щодо заданих меж, від зразка до зразка, відомий як стабільний процес.

В.1.4 Апріорна PDF $g_0(\eta)$ для вимірюваної величини Y таким чином приймає математичну форму розподілу частот, запропонованих гістограмою виміряних значень величини. У якості властивості об'єкта, обраного випадково з процесу, тоді приписується найкраща оцінка $u_0 = \mu$ із пов'язаною стандартною непевністю $u_0 = \sigma$.

В.1.5 Ця типова процедура СУП має два основних недоліки: (а) надійний процес моделювання з використанням гістограм зазвичай вимагає велику вибірку, яка не може бути доступна, і (b) непевність, пов'язана із вимірюваннями вибірки, ігнорується і не грає ніякої ролі в приписанні PDF $g_0(\eta)$. Наступний підхід вирішує обидві ці проблеми та зводить до результату СУП у відповідних межах..

В.2 Об'єкт, вибраний випадково із вимірюваної вибірки

В.2.1 Розглянемо вибірку об'єктів n , кожен з яких має властивість Y , яка є предметом оцінки відповідності. Вибірку формують протягом відповідного періоду часу із процесу виробництва, який вважається стабільним. Приклади включають в себе:

- вибірка з n кінцевих мір, кожна з яких характеризується довжиною L ;
- вибірка з n цифрових вольтметрів, кожен з яких характеризується похибкою показу E при вимірюванні еталонної напруги;

- вибірка з n оптоволоконних конекторів, кожен з яких характеризується внесеними втратами Λ .

В.2.2 Для кожного з n об'єктів вимірюються цільова властивість, отримуючи набір оцінок $y_1, \dots, y_n$ і пов'язану стандартну непевність вимірювання $\tilde{u}$. Непевність $\tilde{u}$ залежить від процедури, яка використовується для вимірювання зразків і припускається, що непевність однакова для всіх вимірювань. Властивості вибірки потім підсумовуються шляхом обчислення середнього значення вибірки $\bar{y}$ і дисперсії вибірки s^2 , що визначаються шляхом:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k, \quad (\text{B.1})$$

та

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2. \quad (\text{B.2})$$

ПРИМІТКА. Дисперсія вибірки часто визначається шляхом ділення суми $\sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2$ на $n - 1$ замість n . Отримана величина може бути продемонстрована як незміщена оцінка дисперсії σ^2 частотного розподілу, з якого можна отримати дані про вибірку. При визначенні s^2 у виразі (B.2) метою є не оцінити невідому дисперсію, а скоріше охарактеризувати дисперсію значень вибірки щодо їх середнього значення. Якщо припустити, що дані - це випадкова вибірка з нормального розподілу частот $\varphi(\eta; \mu, \sigma^2)$, то дисперсія вибірки (B.2) може бути продемонстрована як оцінка максимальної правдоподібності σ^2 [10].

В.2.3 Один з вимірюваних об'єктів обирається випадково (з ймовірністю $1/n$) і береться як зразок відображення виробничого процесу. Нехай Y_r виражає необхідну властивість довільно вибраного об'єкта. Інформація, що стосується можливих значень η від Y_r складається лише зі статистики вибірок (B.1) і (B.2), виконуються індивідуальні оцінки $y_1, \dots, y_n$, які одного разу були забраковані. Сумарні властивості PDF Y_r можуть бути розраховані наступним чином.

В.2.4 Нехай $f_r(\eta)$ - це PDF для Y_r та позначає PDF n властивостей $Y_1, \dots, Y_n$ вибірки через $f_k(\eta)$, $k = 1, \dots, n$. Відзначаючи, що кожен з n об'єктів був вибраний рівнозначно, то $f_r(\eta)$ можна записати як крайову PDF

$$f_r(\eta) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f_k(\eta), \quad (\text{B.3})$$

яка, відповідно, називається кінцевий розподіл суміші [41].

В.2.5 Форма окремої PDF $f_k(\eta)$, як правило, не відома, але вона передає знання властивостей Y_k k -го вимірюваного елемента

$$E(Y_k) = y_k = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta) d\eta, \quad (\text{B.4})$$

та

$$V(Y_k) = \tilde{u}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - y_k)^2 f_k(\eta) d\eta. \quad (\text{B.5})$$

Тоді, враховуючи ці результати і PDF $f_r(\eta)$ виразу (B.3), можна обчислити оцінку y_r властивості Y_r і пов'язану стандартну непевність u_r .

B.2.6 Для оцінки y_r маємо за визначенням:

$$y_r = \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_r(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} \eta f_k(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_k,$$

де вираз (B.4) був використаний на останньому кроці. Порівняння цього результату з виразом (B.1) показує, що апіорна оцінка Y дорівнює середньому значенню вибірки

$$y_r = \bar{y} \quad (\text{B.6})$$

B.2.7 Пов'язана дисперсія Y , позитивний квадратний корінь якої є стандартною непевністю, отримується шляхом:

$$u_r^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \bar{y})^2 f_r(\eta) d\eta = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} (\eta - \bar{y})^2 f_k(\eta) d\eta. \quad (\text{B.7})$$

Записуємо:

$$(\eta - \bar{y})^2 = (\eta - y_k + y_k - \bar{y})^2 = (\eta - y_k)^2 + (y_k - \bar{y})^2 + 2(\eta - y_k)(y_k - \bar{y}),$$

використовуючи вирази (B.4) і (B.5), і підставляючи у вираз (B.7) отримуємо:

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - \bar{y})^2. \quad (\text{B.8})$$

B.2.8 Сума в правій частині виразу (B.8) розглядається як дисперсія вибірки s^2 [див. вираз (B.2)], таким чином:

$$u_r^2 = \tilde{u}^2 + s^2, \quad (\text{B.9})$$

а стандартна непевність, пов'язана з попередньою оцінкою y_0 становить:

$$u_r = \sqrt{\tilde{u}^2 + s^2}. \quad (\text{B.10})$$

B.2.9 Стандартна непевність u_r , яка визначається виразом (B.10), розглядається як корінь із суми квадратів двох компонентів, які є лише двома параметрами, які узагальнюють дані вибірки: член $\tilde{u}^2$, який виникає від загальної стандартної непевності, пов'язаної із вимірюваннями вибірки, і член s^2 , який характеризує мінливість оцінок $y_1, \dots, y_n$.

ПРИМІТКА. Мінливість через зміни процесу та відсутність повторюваності вимірювань об'єднуються в спостережувану дисперсію вибірки s^2 . Стандартна непевність $\tilde{u}$ повинна включати компонент, який охоплює вплив варіацій вимірювання.

B.2.10 Розрахункова оцінка і дисперсія вибірки для випадково вибраного об'єкта, вирази (B.6) і (B.7), яка береться для характеристики майбутнього виробництва процесу, вважається

буде стабільною і вільною від дрейфу. Логічна модель включає міркування метролога або інспектора таким чином:

«Я вибрав майбутній об'єкт з процесу виробництва. Що я можу сказати про властивість Y цього об'єкта, перш ніж його вимірювати? На основі результатів вимірювань вибірок я вважаю, що найкращою оцінкою $Y \in y_0 = y_r$, яка отримується з виразу (В.6), з пов'язаною дисперсією $u_0^2 = u_r^2$, що отримується з виразу (В.9). Це все, що мені відомо. З урахуванням цієї інформації і принципу максимальної ентропії (див. JCGM 101:2008 6.3 і посилання [45]), я призначаю нормальну PDF для передачі і кодування мого попереднього знання про властивість Y цього елемента».

В.2.11 Це призводить до наступного нормального (або Гаусового) розподілу для кодування попереднього знання про властивість Y :

$$g_0(\eta) = \frac{1}{u_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\eta - y_0}{u_0} \right)^2 \right] = \varphi(\eta; y_0, u_0^2),$$

$$\text{з } y_0 = \bar{y} \text{ та } u_0^2 = \tilde{u}^2 + s^2.$$

В.2.12 У загальному випадку, де $s^2 \gg \tilde{u}^2$ непевність у значенні властивості елемента, вибраного випадковим чином із процесу виробництва, домінує мінливість процесу. Тоді $u_0 \approx \sigma \approx s$, де процес моделюється шляхом розподілу частот зі стандартним відхиленням σ , який оцінюється стандартним відхиленням вибірки s .

В.3 Позитивна властивість біля фізичних границь

В.3.1 Нормальна PDF має нескінченний діапазон. У випадку, коли властивість (вимірюваної величини) виключно позитивна, то призначена нормальна PDF буде розподіляти частину її ймовірності на негативні (й таким чином неможливі) значення властивостей. Для властивості, найкраща оцінка якої знаходиться в межах нульової пов'язаної стандартної непевності, ця частка ймовірності може бути значною. У такому випадку, призначення нормальної PDF буде необґрунтованим способом кодування знань про вимірювану величину.

В.3.2 Багато добре відомих PDF обмежені позитивними значеннями своїх аргументів. В залежності від наявної інформації, така PDF може служити для моделювання знань про вимірювану величину Y поряд з фізичною межею. У разі, коли знання щодо $Y \geq 0$ обмежені оцінкою та пов'язаною з нею дисперсією, як в пункті В.2, принцип максимуму ентропії призводить до призначення нормального розподілу, який усічений біля нуля [11]. Одним з таких розподілів є гамма PDF, використання якого буде служити прикладом.

В.3.3 Гамма PDF, з позитивними параметрами α та λ , визначається наступним чином:

$$\text{gamma}(\eta; \alpha, \lambda) = \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \eta^{\alpha-1} e^{-\lambda\eta}, \eta \geq 0, \quad (\text{В.11})$$

де $\Gamma(\alpha)$ – це гамма-функція:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx.$$

ПРИМІТКА 1. Особливі випадки гамми-PDF включають гамму ($\eta; 1, \lambda$) (експоненціальна PDF з параметром λ) та гамму ($\eta; n/2, 1/2$) (хі-квадратна PDF з n ступенями свободи).

ПРИМІТКА 2. Можна визначити 3-параметри гамма-розподілу шляхом заміни η з $(\eta - \gamma)$ у виразі (B.11), де параметр γ стає лівою кінцевою точкою, а розподіл обмежується до інтервалу $\eta \geq \gamma$.

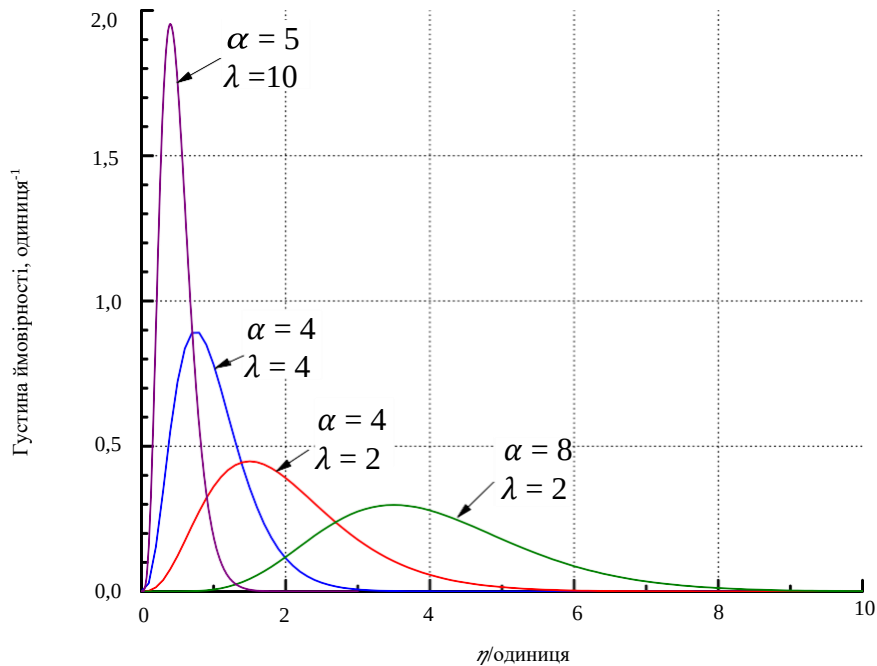


Рисунок В.1. Декілька PDF гамма-розподілу ($\eta; \alpha, \lambda$), які обчислюються згідно виразу (B.11), для вибраних пар параметрів (α, λ)

В.3.4 На Рисунку В.1 показано чотири PDF гамма-розподілу для конкретних значень α, λ . Очікування і дисперсію гамма PDF отримуємо з:

$$E(Y) = y_0 = \frac{\alpha}{\lambda}, \quad V(Y) = u_0^2 = \frac{\alpha}{\lambda^2}, \quad (\text{B.12})$$

а максимальне значення (вид) розподілу отримується, коли:

$$\eta = \frac{\alpha - 1}{\lambda}. \quad (\text{B.13})$$

В.3.5 Відповідні значення α та λ , можна оцінити за допомогою цих виразів, враховуючи конкретний стан попередньої інформації. У разі, коли знання про властивості (вимірюваної величини) Y отримується шляхом вимірювання виготовлених об'єктів із вибірки, попередня оцінка та пов'язана дисперсія оцінюються за статистикою вибірки: $y_0 = \bar{y}$ і $u_0^2 = s^2$. Тоді для PDF гамма-розподілу вирази (B.12) можна розв'язати наступним чином:

$$\alpha = \frac{\bar{y}^2}{s^2}, \lambda = \frac{\bar{y}}{s^2}. \quad (\text{B.14})$$

Ці оцінки є так званим «методом моментів» оцінок, він може бути незадовільним для вибірок малого розміру. Альтернатива - це оцінки максимальної правдоподібності, але зазвичай вони вимагають різної форми чисельної оптимізації або розв'язання системи нелінійних рівнянь.

В.3.6 Приклад використання гамма PDF в розрахунках споживчих та виробничих ризиків наведені в пункті 9.5.4.

В.3.7 Корисну інформацію про властивості і використання розподілів ймовірності можна знайти в книгах Еванса, Гастінгса та Пікокса [30], а також Джонсона, Коца та Балакрішнана [28].

Додаток С
(довідковий)
Глосарій основних символів

ПРИМІТКА Термін «функція густини ймовірності» скорочується як PDF.

$\mathcal{A}$	інтервал прийнятних вимірних значень Y_m
$\tilde{\mathcal{A}}$	інтервал неприйнятних вимірних значень Y_m
A_L	нижня границя прийняття
A_U	верхня границя прийняття
a	нижня межа інтервалу, в якому, як відомо, лежить випадкова величина
b	верхня межа інтервалу, в якому, як відомо, лежить випадкова величина
C	інтервал відповідних значень властивості, яка цікавить (вимірюваної величини) Y
$\tilde{C}$	інтервал невідповідних значень властивості, яка цікавить (вимірюваної величини) Y
C_m	показник вимірювальної здатності
$E(X)$	очікування випадкової змінної X
$E(Y \eta_m)$	умовне очікування вимірюваної величини Y за заданим значенням вимірюваної величини η_m
$E_{\max}$	максимально допустима похибка показів засобу вимірювань
$\text{erf}(z)$	функція похибки змінної z
$f(\eta, \eta_m)$	об'єднана PDF зі змінними η та η_m для величин Y і Y_m
$G_X(\xi)$	функція розподілу зі змінною ξ для величини X
$\text{gamma}(\eta; \alpha, \lambda)$	PDF гамма-розподілу зі змінною η та параметрами α і λ
$g(\eta \eta_m)$	PDF зі змінною η для вимірюваної величини Y , за заданого значення вимірюваної величини η_m
$g_0(\eta)$	PDF зі змінною η для вимірюваної величини Y перед вимірюванням
$g_0(\eta/I)$	попередня PDF зі змінною η для вимірюваної величини Y з явним відображенням попередньої інформації I ; те саме, що $g_0(\eta)$
$g_X(\xi)$	PDF зі змінною ξ для величини X
$h(\eta_m, \eta)$	PDF із змінною η_m для вихідної величини Y_m вимірювальної системи, враховуючи припущене справжнє значення η вимірюваної величини Y
$h_0(\eta_m)$	гранична PDF зі змінною η_m для вихідної величини Y_m вимірювальної системи
k	коефіцієнт охоплення
$\mathcal{L}(\eta; \eta_m)$	імовірність істинного значення η за даного значення вимірюваної величини η_m

p	імовірність покриття
p_c	імовірність відповідності
$\bar{p}_c$	імовірність невідповідності
R_C	глобальний ризик споживача
R_C^*	окремий ризик споживача
R_p	глобальний ризик виробника
R_p^*	окремий ризик виробника
s^2	дисперсія вибірки
T	допуск
T_L	нижня границя допуску
T_U	верхня границя допуску
U	розширена непевність
u	стандартна непевність
u_0	стандартна непевність, пов'язана з оцінкою u_0 вимірюваної величини Y перед виконанням вимірювання
u_m	стандартна непевність, пов'язана зі значенням вимірюваної величини η_m , коли попереднє знання вимірюваної величини незначне
$V(X)$	дисперсія випадкової величини X
$V(Y/\eta_m)$	умовна дисперсія вимірюваної величини Y при заданому значенні вимірюваної величини η_m
w	параметр довжини захисної смуги
Y	вимірювана властивість (вимірювана величина) об'єкта, прийнята як випадкова величина
Y_m	вихідний сигнал вимірювальної системи, прийнятий як випадкова величина
$\bar{y}$	середнє вибірки
y_0	очікування Y перед виконанням вимірювання
$\tilde{y}$	масштабоване значення вимірюваної величини
α	параметр PDF гамма-розподілу
$\Gamma(z)$	гамма-функція зі змінною z
η	змінна, що описує можливі значення вимірюваної величини Y
λ	параметр PDF гамма-розподілу
$\Phi(z)$	стандартна функція нормального розподілу зі змінною z
$\phi_0(z)$	стандартний нормальна PDF зі змінною z
$\phi(\eta; y, u^2)$	нормальна (гауссівська) PDF зі змінною η , математичним очікуванням y та дисперсією u^2

Бібліографія

- [1] Agilent Technologies. Metrology Forum. 2001.
<http://metrologyforum.tm.agilent.com/terminology.shtml>.
- [2] American Society of Mechanical Engineers. ASME B89.7.3.1:2001 *Guidelines for decision rules: Considering measurement uncertainty in determining conformance to specifications*. New York, NY, 2001.
- [3] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, and OIML. Evaluation of measurement data — Supplement 3 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Modelling. Joint Committee for Guides in Metrology, JCGM 103, in preparation.
- [4] Box, G. E. P., and Tiao, G. C. *Bayesian Inference in Statistical Analysis*. Wiley Classics Library. John Wiley and Sons, 1992.
- [5] D’Agostini, G. *Bayesian Reasoning in Data Analysis*. World Scientific Publishing, 2003.
- [6] Deaver, D. How to maintain your confidence (in a world of declining test uncertainty ratios). *1993 NCSL Workshop and Symposium* (1993), 133–53.
- [7] Deaver, D. Guardbanding with confidence. *1994 NCSL Workshop and Symposium* (1994), 383–94.
- [8] Deaver, D. Managing calibration confidence in the real world. *1995 NCSL Workshop and Symposium* (1995), 1–17.
- [9] Deaver, D. Guardbanding and the world of ISO Guide 25: Is there only one way? *1998 NCSL Workshop and Symposium* (1998), 319–32.
- [10] DeGroot, M. H. *Probability and Statistics*. Addison-Wesley, 1975.
- [11] Dowson, D. C., and Wragg, A. Maximum entropy distributions having prescribed first and second order moments. *IEEE Trans. IT* 19 (1973), 689–693.
- [12] Eagle, A. R. A method for handling errors in testing and measuring. *Ind. Qual. Control* 10, 3 (1954), 10–15.
- [13] EURACHEM/CITAC Guide. *Use of uncertainty information in compliance assessment*, 1st ed., 2007.
[http://www.eurachem.org/guides/Interpretation with expanded uncertainty 2007 v1.pdf](http://www.eurachem.org/guides/Interpretation%20with%20expanded%20uncertainty%202007%20v1.pdf).
- [14] Fearn, T., Fisher, S. A., Thompson, M., and Ellison, S. A decision theory approach to fitness for purpose in analytical measurement. *The Analyst* 127 (2002), 818–824.
- [15] Forbes, A. B. Measurement uncertainty and optimized conformance assessment. *Measurement* 39 (2006), 808–814.

- [16] Gregory, P. *Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences*. Cambridge University Press, 2005.
- [17] Grubbs, F. A., and Coon, H. J. On setting test limits relative to specification limits. *Ind. Qual. Control* 10, 3 (1954), 15–20.
- [18] Hibbert, D. B. *Quality Assurance in the Analytical Chemistry Laboratory*. Oxford University Press, 2007.
- [19] International Electrotechnical Commission. IEC GUIDE 115 *Application of uncertainty of measurement to conformity assessment activities in the electrotechnical sector*. 2007. Edition 1.0.
- [20] International Laboratory Accreditation Cooperation. ILAC-G8:1996 *Guidelines on assessment and reporting of compliance with specification*. Silverwater, Australia, 1996.
- [21] International Organization for Standardization. ISO 14253-1:1998 *Geometrical Product Specifications GPS — Inspection by measurement of workpieces and measuring equipment — Part 1: Decision rules for proving conformance or non-conformance with specifications*. Geneva, 1998.
- [22] International Organization for Standardization. ISO 10576-1:2003(E) *Statistical methods — Guidelines for the evaluation of conformity with specified requirements — Part 1: General principles*. Geneva, 2003.
- [23] International Organization for Standardization. ISO/IEC 17025:2005 *General requirements for the competence of testing and calibration laboratories*. Geneva, 2005.
- [24] International Organization for Standardization. ISO 3650 *Geometrical Product Specifications (GPS) — Length standards — Gauge blocks*, 2nd ed. Geneva, 1998.
- [25] International Organization of Legal Metrology. OIML R 111-1 *Edition 2004(E) Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M1–2, M2, M2–3, M3 — Part 1: Metrological and technical requirements*. Paris.
- [26] Jaynes, E. T. *Probability Theory: The Logic of Science*. Cambridge University Press, 2003.
- [27] Jeffreys, H. *Theory of Probability*, 3rd ed. Clarendon Press, Oxford, 1983.
- [28] Johnson, N. L., Kotz, S., and Balakrishnan, N. *Continuous Univariate Distributions, Volume 1*, 2nd ed. John Wiley & Sons, New York, NY, 1994.
- [29] Källgren, H., Lauwaars, M., Magnusson, B., Pendrill, L., and Taylor, P. Role of measurement uncertainty in conformity assessment in legal metrology and trade. *Accred. Qual. Assur.* 8 (2003), 541–47.
- [30] M. Evans, N. H., and Peacock, B. *Statistical Distributions*, 3rd ed. Wiley, 2000.
- [31] Modarres, M., Kaminskiy, M., and Krivtsov, V. *Reliability and Risk Analysis*. Marcel

Dekker, New York, 1999.

- [32] NCSL International. ANSI/NCSL Z540-3:2006 *Requirements for the Calibration of Measuring and Test Equipment*. Boulder, Colorado USA, 2006.
- [33] Oakland, J. S. *Statistical Process Control*, 6th ed. Butterworth-Heinemann, 2007.
- [34] Pendrill, L. R. Optimized measurement uncertainty and decision-making when sampling by variables or by attribute. *Measurement* 39 (2006), 829–840.
- [35] Pendrill, L. R. Optimized measurement uncertainty and decision-making in conformity assessment. *NCSLI Measure* 2, 2 (2007), 76–86.
- [36] Pendrill, L. R., and Källgren, H. Exhaust gas analyzers and optimized sampling, uncertainties and costs. *Accred. Qual. Assur.* 11 (2006), 496–505.
- [37] Possolo, A., and Toman, B. Assessment of measurement uncertainty via observation equations. *Metrologia* 44 (2007), 464–475.
- [38] Rossi, G. B., and Crenna, F. A probabilistic approach to measurement-based decisions. *Measurement* 39 (2006), 101–19.
- [39] Sivia, D. S. *Data Analysis - A Bayesian Tutorial*. Clarendon Press, Oxford, 1996.
- [40] Sommer, K.-D., and Kochsiek, M. Role of measurement uncertainty in deciding conformance in legal metrology. *OIML Bulletin XLIII*, 2 (April 2002), 19–24.
- [41] Titterington, D. M. *Statistical analysis of finite mixture distributions*. Wiley, 1985.
- [42] van der Grinten, J. G. M. Confidence levels of measurement-based decisions. *OIML Bulletin XLIV*, 3 (July 2003), 5–11.
- [43] Wheeler, D. J., and Chambers, D. S. *Understanding Statistical Process Control*, 2nd ed. SPC Press, 1992.
- [44] Williams, E., and Hawkins, C. The economics of guardband placement. *In Proceedings of the 24th IEEE International test Conference* (Baltimore, 1993).
- [45] Wöger, W. Probability assignment to systematic deviations by the principle of maximum entropy. *IEEE Trans. Inst. Meas.* IM-20, 2 (1987), 655–8.

Алфавітний покажчик

- Байєса теорема, 12, 13, 44
 величина, vii, 1, 4
 вимірювана величина, vii, 5, 8, 9, 10–16, 19, 20, 24, 42, 47
 виміряне значення, *див.* значення величини, виміряне, ix, 5, 9, 13, 25, 26, 28, 31, 40, 43
 властивість, vii, viii, 1, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 13–17, 21–24, 26, 28, 29, 31, 33–35, 43, 44, 47, 48, 50, 51, 53
 встановлені вимоги, vii, 6, 7, 10, 21, 23
 границя (-ці) допуску, vii, viii, ix, 1, 6, 7, 10, 11, 12, 15, 17–21, 23, 24–28, 33, 35, 38, 39, 54
 границя (-ці) прийняття, viii, ix, 1, 7, 10, 23, 24–28, 31, 32, 35–39, 53
 дисперсія, 4, 14, 41, 43, 48, 49, 54
 вибірки, 32, 34, 35, 47–49, 54
 допуск, 1, 6–8, 10–12, 15, 17–29, 31
 захищене відхилення, 26, 27
 захищене прийняття, 25, 26, 37
 захисна смуга, 7, 24–28, 34, 37, 39, 40, 54
 значення величини, 4
 виміряне, ix, 1, 5, 9, 13, 23, 25–33, 35, 41–44, 53, 54
 істинне, 4, 9–11, 15, 25, 29
 інспектування, 6, 33
 інтервал відхилення, 7
 інтервал допуску, vii, 6, 7, 9, 15, 17, 19, 20, 26, 28, 31, 36
 інтервал охоплення, vii, 1, 5, 14, 15, 20, 21, 23, 24, 25, 28, 42
 інтервал прийняття, viii, 7, 9, 23, 25, 26, 27–32, 34–36, 39
 ймовірність відповідності, viii, 7, 15–17, 19–22, 33
 ймовірність охоплення, viii, 1, 5, 14, 21
 максимальна допустима похибка, 2, 8, 12, 21
 непевність
 24, 53
 розширена, 9, 15, 21, 26, 39, 42, 54
 вимірювання, vi, vii, viii, 2, 5, 7, 10, 11, 24, 28, 29, 32, 33, 35, 40, 44, 47, 48
 стандартна, 8, 14–18, 22–24, 27, 35, 36, 39, 40–45, 48–50, 54
 невідповідний об'єкт, 1, 8, 11, 23–26, 28–30, 32
 об'єкт, 1, 5–8, 10–15, 17, 23–32, 35, 43, 44, 47–50, 54
 оцінка відповідності, vii, viii, ix, 1, 2, 6, 9–13, 21, 24, 29–36, 40, 41, 45, 47
 очікування, 3, 4, 6, 14, 16, 21, 27, 36, 43, 44, 51, 53, 54
 показ, viii, 2, 5, 6, 8, 10, 16, 21, 23, 45, 47, 53
 показник вимірювальної здатності, 8, 21, 22, 53
 правило прийняття рішення, 7, 10, 23–25, 27, 28, 30, 33, 35, 36, 38, 45
 результат вимірювання, vii, 1, 5, 14, 20, 21, 31
 ризик виробника
 глобальний, 8, 31–33, 35, 36, 38, 39, 45, 54
 окремий, 8, 30, 31, 54
 ризик споживача
 глобальний, 8, 30–33, 35–39, 45, 54
 окремий, 8, 30, 31, 54
 розподіл ймовірності, 2, 3, 31
 стандартне відхилення, 3, 4, 14, 16, 21, 47
 статистичний управління процесом, 58
 PDF, *див.* функція густини ймовірності
 функція густини ймовірності, viii, 1, 3–5, 9, 10, 12–16, 20, 24, 29, 32, 33, 41, 43, 45, 48, 50, 53
 гамма, 36, 37, 50–53
 об'єднана, 31–33, 45, 53
 нормальна, 16–19, 21, 22, 26, 27, 33, 35, 37, 39, 41, 42, 44, 46, 50, 54
 апостеріорна, 13, 14, 16, 22, 44, 45
 апіорна, 12, 13, 29, 35, 36, 39, 42, 43, 47, 53
 функція розподілу, 3, 14, 53